Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba: Mecánica
Parte Teórica

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Problema 1

Se dispara un proyectil con un cañón hacia la muralla de una ciudad que está ubicada a 5 km de donde está emplazado el cañón. Los proyectiles salen de la boca del cañón con una velocidad de 200 m/s y formando un ángulo de 30° con la horizontal. Suponiendo que el módulo de la aceleración de la gravedad es igual a 10 m/s^2 y despreciando la altura de la boca del cañón:

a) Determine las componentes verticales y horizontales de la aceleración, velocidad y posición del proyectil desde que es disparado hasta que impacte.
b) Realice todos los cálculos necesarios para demostrar que los proyectiles no llegan a impactar en la muralla.

Para lograr el objetivo de derribar la muralla se coloca al cañón sobre un vehículo que se desplaza en la dirección horizontal con una velocidad v_x. Se dispara el cañón exactamente cuando su separación de la muralla es de 5 km.

c) Determine ahora cuáles son las componentes verticales y horizontales de la aceleración, velocidad y posición para el proyectil.
d) Calcule cuál debe ser la velocidad v_x del vehículo para que los proyectiles impacten en la muralla.

Problema 2

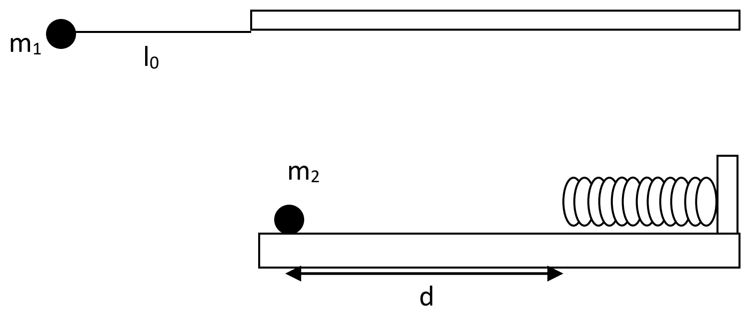
Una persona, de 1,80 m de altura y 100 kg de masa, se deja caer al cauce de un río desde una plataforma ubicada a 50 m de altura. Sus pies están unidos al extremo de un resorte de 35 m de longitud natural y constante elástica k = 500 N/m. El otro extremo del resorte está firmemente atado a la plataforma. Despreciando el rozamiento con el aire y suponiendo $g = 10\ m/s^2$.

a) Calcule a qué distancia de plataforma está la posición de equilibrio estático del hombre.
b) Determine la máxima velocidad que alcanza el hombre en la caída.
c) Calcule el máximo estiramiento del resorte.
d) Determine si el hombre se moja haciendo todos los cálculos que sean necesarios.

Problema 3

Una niña arma el dispositivo que se muestra en la figura. Este está compuesto por un péndulo formado por una masa puntual m_1 la cual está suspendida de un hilo de masa despreciable y longitud l_0. El péndulo se libera con el hilo en posición horizontal y cuando la masa llega a la parte inferior de su trayectoria choca elásticamente con otro cuerpo m_2. El cuerpo m_2 desliza una distancia d sobre la superficie horizontal sin rozamiento hasta impactar con un resorte de constante elástica k al cual comprime hasta detenerse. Luego el resorte se expande haciendo que el cuerpo regrese hacia donde está el péndulo.

a) Describa cualitativamente cuál será el movimiento de los cuerpos que componen el sistema.
b) Determine la velocidad de los cuerpos luego del choque.
c) Calcule cuál será la máxima compresión del resorte cuando m_2 choque con él.
d) Determine el tiempo que demorará m_2 volver nuevamente a la posición inicial.
e) Diga si el movimiento de este sistema será periódico y en caso afirmativo analice si se puede determinar el periodo de este movimiento y cuál sería su valor.



Datos: $m_1 = m_2 = 5\ kg$; $l_0 = 5\ m$; $d = 50\ m$; $k = 125\ N/m$ y $g = 10\ m/s^2$.

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		

Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba: Mecánica
Parte Experimental

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Caída libre y rebotes

Primera Parte

Introducción

Cuando una pelota rebota sobre una superficie rígida, la componente de la velocidad perpendicular a la superficie invierte su sentido y disminuye su valor, mientras que la componente paralela se mantiene constante. Es decir, si la velocidad de la pelota antes del choque es $\vec{v}$ y luego del choque es $\vec{u}$,

$$u_x = v_x \qquad (1)$$

$$u_y = -e\, v_y \qquad (2)$$

Donde e es el coeficiente de restitución con $0 < e < 1$.

Si una pelota se deja caer desde una altura h_0, en los sucesivos rebotes pierde energía y alcanza alturas cada vez menores hasta que eventualmente se detiene como se observa en la figura 1.

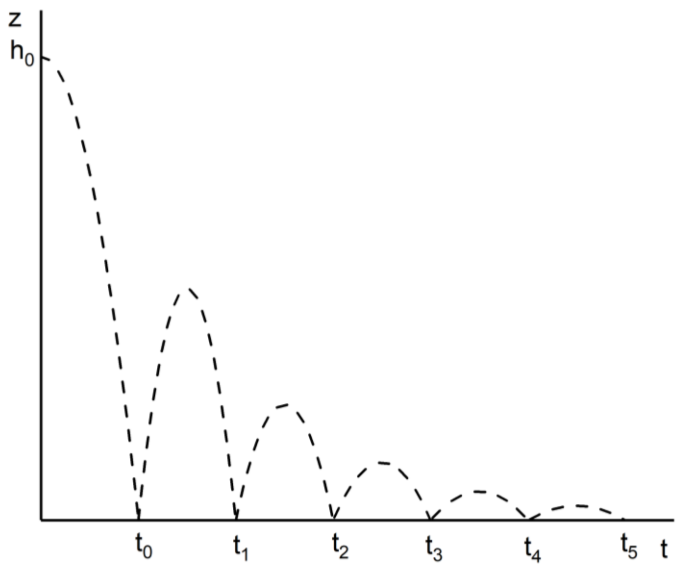


Figura 1: Rebotes sucesivos de una pelota que cae desde una altura h_0.

Escribiendo la ecuación de movimiento para la pelota se puede encontrar que

$$t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \qquad (3)$$

$$t_1 = (1 + 2e)\sqrt{\frac{2h_0}{g}} \qquad (4)$$

Donde g es la aceleración de la gravedad.

Objetivo

- Determinar el coeficiente de restitución e de una pelota.

Materiales

- Pelota
- Cronómetro
- Cinta métrica

Procedimiento

a) Mida el tiempo t_0 y t_1 cuando la pelota se deja caer desde una altura h_0. Repita las mediciones 10 veces para 5 alturas h_0 distintas. Determine el valor de h_0 utilizados en las mediciones.

b) Grafique t_0^2 en función de h_0 y realice un ajuste lineal de los puntos.

c) Grafique t_1^2 en función de h_0 y realice un ajuste lineal de los puntos.

d) A partir de la ecuación (3) y (4) y de los ajustes realizados, determine el valor de e.

Segunda Parte: Uso de un cronómetro acústico (Aplicación gratuita *phyphox* para teléfonos celulares).

Introducción

Se puede demostrar que el tiempo $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ que la pelota pasa en el aire entre dos rebotes sucesivos es

$$\Delta t_n = 2t_0 e^n \qquad (5)$$

Donde t_0 está dado por la ecuación (3) y n es el número de rebotes.

Tomando logaritmo natural en ambos miembros de la ecuación (5) se obtiene que

$$\ln(\Delta t_n) = n\, ln(e) + ln(2t_0) \qquad (6)$$

Entonces eligiendo como variables a $y = \ln(\Delta t_n)$ y a $x = n$ se obtiene una relación lineal entre estas variables.

Objetivo

- Determinar el coeficiente de restitución e de una pelota y la aceleración de la gravedad

Materiales

- Pelota
- Cronómetro acústico (Aplicación *phyphox*)
- Cinta métrica

Procedimiento

e) Deje caer una pelota desde una altura h_0 y mida el tiempo entre rebotes sucesivos. Para ello utilice la opción *Temporizadores* > *Cronómetro acústico* > *Secuencia* de la aplicación *phyphox*.

f) Determine la altura h_0 utilizada en la medición.

g) Realice un gráfico de la variable y en función de la variable x propuesta. Realice un ajuste lineal.

h) A partir de la pendiente y de la ordenada al origen obtenidas del ajuste, determine el valor de g y de e.

<u>Nota</u>

El error de $\mathrm{y} = \ln(\Delta t_n)$ puede determinarse como $\sigma_y = \frac{\sigma_{\Delta t_n}}{\Delta t_n}$ donde $\sigma_{\Delta t_n}$ es el error de Δt_n.

Problema Experimental
Hoja de respuestas.

Primera Parte

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		

Segunda Parte

e)		
f)		
g)		
h)		

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$a_x(t) = 0\ \frac{m}{s^2}$ $\quad a_y(t) = -g$ $v_x(t) = v_0 \cos(\alpha)$ $\quad v_y(t) = -g\ t + v_0\ sen(\alpha)$ $x(t) = v_0 \cos(\alpha)\ t$ $\quad y(t) = -g\ \frac{t^2}{2} + v_0\ sen(\alpha)\ t$ Donde *g = 10 m/s²*, v_0 *= 200 m/s y* α *= 30°*	2
b)	$d = x(t_f) = v_0 \cos(\alpha)\ t_f = 3464{,}1\ m < 5000\ m$ De esta manera se verifica que los proyectiles no llegan hasta la muralla.	2
c)	$a_x(t) = 0\ \frac{m}{s^2}$ $\quad a_y(t) = -g$ $v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) + v_x$ $\quad v_y(t) = -g\ t + v_0\ sen(\alpha)$ $x(t) = [v_0 \cos(\alpha) + v_x]\ t$ $\quad y(t) = -g\ \frac{t^2}{2} + v_0\ sen(\alpha)\ t$ Donde los valores de las constantes son las mismas que las especificadas en el ítem a).	3
d)	$v_x = \frac{5000\ m}{t_{f2}} - v_0 \cos(\alpha) = 76{,}795\ \frac{m}{s}$	3

Problema 1: Se dispara un proyectil con un cañón hacia la muralla de una ciudad que está ubicada a 5 km de donde está emplazado el cañón. Los proyectiles salen de la boca del cañón con una velocidad de 200 m/s y formando un ángulo de 30° con la horizontal. Suponiendo que el módulo de la aceleración de la gravedad es igual a 10 m/s^2 y despreciando la altura de la boca del cañón:

a) Determine las componentes verticales y horizontales de la aceleración, velocidad y posición del proyectil desde que es disparado hasta que impacte. **(2 puntos)**

Teniendo en cuenta el sistema de coordenadas elegido las componentes de los vectores son:

$$a_x(t) = 0\,\frac{m}{s^2} \qquad a_y(t) = -g$$

$$v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \qquad v_y(t) = -g\,t + v_0\, sen(\alpha)$$

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t \qquad y(t) = -g\,\frac{t^2}{2} + v_0\, sen(\alpha)\, t$$

Donde *g = 10 m/s^2*, *v_0 = 200 m/s* y *α = 30°*

b) Realice todos los cálculos necesarios para demostrar que los proyectiles no llegan a impactar en la muralla.
(2 puntos)

Para verificar esto calcularemos el alcance del proyectil. Primero determinaremos el tiempo de vuelo (t_f) y luego la distancia a la que cae ($d = x(t_f)$)

$$y(t_f) = -g\,\frac{t_f^2}{2} + v_0\, sen(\alpha)\, t_f = 0\, m$$

Las soluciones de esta ecuación son $t_1 = 0\ s$ y $t_2 = 20\ s$, por lo tanto $t_f = 20\ s$

entonces

$$d = x(t_f) = v_0 \cos(\alpha)\, t_f = 3464{,}1\, m < 5000\, m$$

De esta manera se verifica que los proyectiles no llegan hasta la muralla.

Para lograr el objetivo de derribar la muralla se coloca al cañón sobre un vehículo que se desplaza en la dirección horizontal con una velocidad v_x. Se dispara el cañón exactamente cuando su separación de la muralla es de 5 km.

c) Determine ahora cuáles son las componentes verticales y horizontales de la aceleración, velocidad y posición para el proyectil. **(3 puntos)**

Las componentes son las mismas que antes salvo que a la componente *x* de la velocidad inicial se le adiciona la velocidad v_x del vehículo, por lo tanto

$$a_x(t) = 0\ \frac{m}{s^2} \qquad a_y(t) = -g$$

$$v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) + v_x \qquad v_y(t) = -g\ t + v_0\ sen(\alpha)$$

$$x(t) = [v_0 \cos(\alpha) + v_x]\ t \qquad y(t) = -g\ \frac{t^2}{2} + v_0\ sen(\alpha)\ t$$

Donde los valores de las constantes son las mismas que las especificadas en el ítem a).

d) Calcule cuál debe ser la velocidad v_x del vehículo para que los proyectiles impacten en la muralla. **(3 puntos)**

Para esto pediremos que el alcance de los proyectiles sea 5000 m, es decir que se debe cumplir que para el tiempo final, que denominaremos t_{f2}, $x(t_{f2}) = 5000\ m$ y que $y(t_{f2}) = 0\ m$. La segunda ecuación es idéntica a la que resolvimos en el ítem b), por lo tanto el tiempo de vuelo será $t_{f2} = 20\ s$. Despejando de la primera ecuación v_x obtenemos:

$$v_x = \frac{5000\ m}{t_{f2}} - v_0 \cos(\alpha) = 76{,}795\ \frac{m}{s}$$

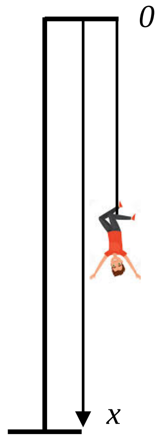
Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$x_e = \frac{m\,g}{k} + l_0 = 37\ m$	3
b)	$v_m = 26{,}833\ m/s$	3
c)	El máximo estiramiento del resorte es *49 m.*	2
d)	Sí se moja	2

Problema 2: Una persona, de 1,80 m de altura y 100 kg de masa, se deja caer al cauce de un río desde una plataforma ubicada a 50 m de altura. Sus pies están unidos al extremo de un resorte de 35 m de longitud natural y constante elástica k = 500 N/m. El otro extremo del resorte está firmemente atado a la plataforma. Despreciando el rozamiento con el aire y suponiendo g = 10 m/s^2

a) Calcule a qué distancia de plataforma está la posición de equilibrio estático del hombre. **(3 puntos)**



Las fuerzas que actúan sobre la persona son el peso $P = mg$, y la fuerza del resorte estirado $F_r = -k(x-l_o)$. En la posición de equilibrio $P + F_r = 0$

$$m\,g - k\,(x_e - l_0) = 0$$

con $m = 100\ kg$, $k = 500\ N/m$, $l_0 = 35\ m$ y $g = 10\ m/s^2$. Resolviendo esta ecuación resulta

$$x_e = \frac{m\,g}{k} + l_0 = 37\ m$$

b) Determine la máxima velocidad que alcanza el hombre en la caída. **(3 puntos)**

La máxima velocidad la alcanza cuando pasa por la posición de equilibrio. Como las fuerzas que actúan son conservativas por lo tanto se conserva la energía mecánica del sistema. En la posición inicial, con el hombre en la plataforma, la energía cinética inicial es *0 J*, la energía potencial del resorte es *0 J*, pues el resorte no está estirado, y la energía potencial gravitatoria es *0 J*, por el sistema de coordenadas elegido. Entonces la energía mecánica del sistema es $E = 0\ J$.
En la posición de equilibrio la energía del sistema es:

$$E = \frac{1}{2}\,m\,v_m^2 + \frac{1}{2}\,k\,(x_e - l_0)^2 - m\,g\,x_e = 0\,J$$

Despejando obtenemos $v_m = 26{,}833\ m/s$

c) Calcule el máximo estiramiento del resorte. **(3 puntos)**

El máximo estiramiento del resorte ocurre cuando la velocidad de la persona es 0 m/s. En esa posición la expresión de la energía mecánica es

$$E = \frac{1}{2}\, k\, (x_m - \, l_0)^2 - m\, g\, x_m = 0\, J$$

Las soluciones a la ecuación son $x_{m1} = 25\ m$ y $x_{m1} = 49\ m$. Como a los 25 m el resorte (o cuerda elástica) aún no había llegado a su longitud natural no es una solución válida para nosotros. Por lo tanto, el máximo estiramiento del resorte es *49 m.*

d) Determine si el hombre se moja haciendo todos los cálculos que sean necesarios. **(1 puntos)**

Como la altura de la persona es de 1,80 m, el resorte atado a sus pies tiene un estiramiento final de 49 m y la distancia desde la plataforma de lanzamiento al rio es de 50 m el individuo se mojará pues se sumergirá aproximadamente 80 cm.

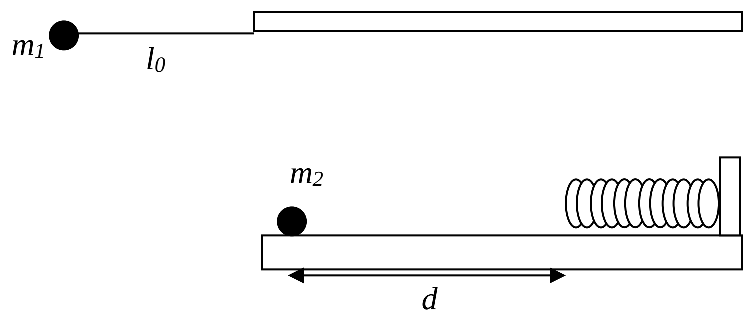
<u>Problema Teórico 3</u>

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	Explicación del movimiento periódico y los procesos que ocurren	1
b)	$v'_1 = 0$ m/s y $v'_2 = 10$ m/s	3
c)	$\Delta x = 2$ m.	2
d)	$t = 10{,}628$ s	2
e)	No se puede calcular	2

Problema 3: Una niña arma el dispositivo que se muestra en la figura. Este está compuesto por un péndulo formado por una masa puntual m_1 la cual está suspendida de un hilo de masa despreciable y longitud l_0. El péndulo se libera con el hilo en posición horizontal y cuando la masa llega a la parte inferior de su trayectoria choca elásticamente con otro cuerpo m_2. El cuerpo m_2 desliza una distancia d sobre la superficie horizontal sin rozamiento hasta impactar con un resorte de constante elástica k al cual comprime hasta detenerse. Luego el resorte se expande haciendo que el cuerpo regrese hacia donde está el péndulo.

Datos: $m_1 = m_2 = 5$ kg; $l_0 = 5$ m; $d = 50$ m; $k = 125$ N/m y $g = 10$ m/s^2.



a) Describa cualitativamente cuál será el movimiento de los cuerpos que componen el sistema. **(1 puntos)**

El péndulo con la masa m_1 desciende realizando un movimiento circular. Cuando llega a su punto más bajo choca con la masa m_2 que está en reposo. Como el choque es elástico, y ambas masas son iguales, ellas intercambiarán sus velocidades y por lo tanto la masa m_1 quedará en reposo y la masa m_2 comenzará a moverse con la velocidad que tenía la masa m_1 en el punto más bajo de su movimiento. Debido a que no hay rozamiento la masa m_2 tendrá un movimiento rectilíneo uniforme hasta entrar en contacto con el resorte. La masa m_2 comprimirá el resorte hasta detenerse y luego, por efecto de la fuerza que le ejerce el resorte, comenzará a moverse en sentido opuesto al que traía. Como se conserva la energía se despegará del resorte con una velocidad de igual módulo, pero con sentido contrario que tenía inicialmente. Nuevamente recorrerá la distancia d con MRU hasta colisionar nuevamente con la masa m_1 intercambiando nuevamente las velocidades. La masa m_2 permanecerá en reposo y la masa m_1, como se conserva la energía volverá a su posición inicial y todo nuevamente se volverá a repetir. Por supuesto que todo esto es válido si despreciamos el rozamiento de la masa m_1 con el aire y de la masa m_2 con el piso.

b) Determine la velocidad de los cuerpos luego del choque. **(3 puntos)**

Primero determinaremos la velocidad con que la masa m_1 llega a la parte más baja de la trayectoria. Como la única fuerza que hace trabajo sobre esta masa es el peso se conservará la energía mecánica del sistema. Por lo tanto

$$E = \frac{1}{2}\, m\, v_1^2 = \, m\, g\, l_0$$

Despejando obtenemos $v_1 = 10$ m/s.

Ahora analizamos el proceso del choque. En el choque se conserva la cantidad de movimiento y al ser elástico también se conserva la energía; esto se puede resumir en las siguientes ecuaciones:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Esta ecuación plantea la conservación del momento lineal del sistema en el choque donde $v_1 = 10\ m/s$, $v_2 = 0\ m/s$ (velocidades antes del choque) y v'_1 y v'_2 serán las velocidades de las masas 1 y 2 después del choque respectivamente.

$$v_1 - v_2 = -(v'_1 - v'_2)$$

Esta ecuación se deduce de plantear la conservación de la energía del sistema y se resume diciendo que en el choque elástico la velocidad relativa de los cuerpos cambia de signo.

Resolviendo este sistema de ecuaciones da como resultado $v'_1 = 0\ m/s$ y $v'_2 = 10\ m/s$. Como vemos han intercambiado sus velocidades.

c) Calcule cuál será la máxima compresión del resorte cuando m_2 choque con él. **(2 puntos)**

Como no existe rozamiento se conserva la energía del sistema y por lo tanto la energía cinética de la masa m_2 será igual a la energía elástica del resorte en su máxima compresión

$$E = \frac{1}{2}\, m\, v'^2_2 = \frac{1}{2}\, K\, \Delta x^2$$

Despejando obtenemos $\Delta x = 2\ m$.

d) Determine el tiempo que demorará m_2 volver nuevamente a la posición inicial.

El tiempo que demorará m_2 en volver a la posición inicial será el tiempo t_1 que demore en recorrer de ida y vuelta la distancia d más el tiempo t_2 que está en contacto con el resorte. Como la distancia d la recorre de ida y vuelta con el mismo módulo de velocidad demorará lo mismo en ir que en regresar.

$$t_1 = 2\,\frac{d}{v'_2} = 10\ s$$

La masa m_2 estuvo en contacto con el resorte desde que este estaba con su longitud natural hasta que llegó a su máxima compresión más lo que demora luego en regresar hasta su longitud natural; y esto corresponde a la mitad del periodo del resorte. Entonces

$$t_2 = \frac{1}{2}\, 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}628\ s$$

Entonces el tiempo total que demora la masa m_2 en volver a su posición inicial es $t = t_1 + t_2 = 10{,}628\ s$.

e) Diga si el movimiento de este sistema será periódico y en caso afirmativo analice si se puede determinar el periodo de este movimiento y cuál sería su valor. **(2 puntos)**

El movimiento del sistema será periódico y su periodo será el tiempo que demora la masa m_2 en volver a su posición de inicial más el tiempo que demora la masa m_1 en volver a su posición inicial. Si bien podemos calcular el tiempo que demora la masa m_2 en volver a su posición inicial no podemos hacer lo mismo con la masa m_1 pues la expresión que conocemos para el periodo del péndulo es válida para pequeñas amplitudes y este no es el caso que se nos ha planteado. Por lo tanto, con los conocimientos que tienen los estudiantes no es posible calcular el periodo del sistema.

Sabemos que la ecuación de movimiento de un péndulo matemático, armado con una cuerda de longitud *l* (de masa despreciable) del cual está suspendido un cuerpo puntual de masa *m* es:

$$m\,l\,\frac{d^2\theta}{dt^2} = -m\,g\,sen(\theta) \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\,sen(\theta)$$

Esta ecuación diferencial no tiene solución analítica, pero si aproximamos para pequeñas oscilaciones

$$\theta \ll 1 \qquad \Longrightarrow \qquad sen(\theta) \approx \theta$$

Entonces la ecuación queda:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\,\theta$$

que es la de un oscilador armónico cuyo periodo es

$$T_0 = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Se puede aproximar una solución para amplitudes mayores de θ y para este caso general el valor del periodo *T* es

$$T = T_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{(2n)!}{2^{2n}\,(n!)^2}\right)^2 sen^{2n}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Si utilizamos esta expresión para nuestro problema ($\theta = \pi/2$) y tomando los 85 primeros términos de la sumatoria, por razones de limitaciones de cálculo, el periodo resulta

$$T = T_0\,1{,}18034 = 1{,}48326\,s$$

Por lo tanto, el periodo de nuestro sistema sería aproximadamente $t = t_1 + T/2 = 10{,}74163\ s$.

Problema Experimental
Hoja de respuestas.
Primera Parte

Inciso		Puntaje
a)	Ver Tabla 1.I	10 ptos
b)	Ver Tabla 1.II y Figura 1.1	2 ptos
c)	Ver Tabla 1.II y Figura 1.2	2 ptos
d)	$e = (0{,}54 \pm 0{,}05)$	1 pto

Segunda Parte

Inciso		Puntaje
e)	Ver Tabla 2.I	1,5 ptos
f)	$h_0 = (2{,}20 \pm 0{,}03)m$	0,5 ptos
g)	Ver Figura 2.1	1,5 ptos
h)	$e = (0{,}603 \pm 0{,}003)$ $g = (9{,}9 \pm 0{,}6)\ m\ s^{-2}$	1,5 ptos

Primera Parte.

Tabla 1.I: Mediciones de los tiempos t_0 y t_1 para distintas alturas h_0.

$h_0[cm]$ $\pm 3cm$	220		188		179		148		118	
	t_0 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_1 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_0 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_1 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_0 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_1 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_0 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_1 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_0 $[s]$ $\pm 0{,}05s$	t_1 $[s]$ $\pm 0{,}05s$
1	0,70	1,59	0,61	1,45	0,51	1,43	0,50	1,30	0,50	1,18
2	0,67	1,61	0,63	1,56	0,64	1,49	0,59	1,32	0,52	1,28
3	0,67	1,60	0,59	1,47	0,55	1,51	0,57	1,42	0,54	1,21
4	0,61	1,66	0,63	1,55	0,63	1,55	0,59	1,38	0,42	1,21
5	0,68	1,43	0,63	1,45	0,63	1,42	0,58	1,32	0,50	1,25
6	0,71	1,44	0,57	1,51	0,64	1,39	0,53	1,30	0,50	1,23
7	0,61	1,70	0,59	1,50	0,60	1,50	0,55	1,33	0,41	1,22
8	0,65	1,48	0,67	1,46	0,62	1,44	0,48	1,38	0,43	1,25
9	0,61	1,51	0,63	1,41	0,55	1,47	0,56	1,36	0,42	1,19
10	0,65	1,52	0,65	1,53	0,57	1,44	0,56	1,33	0,43	1,24
$\bar{t}[s]$	0,66	1,55	0,62	1,49	0,59	1,46	0,55	1,34	0,47	1,23
$\sigma\bar{t}[s]$	0,05	0,09	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05

La incertidumbre de h_0 se tomó como el radio de la pelota utilizada en las mediciones.
$\bar{t}[s]$ y $\sigma\bar{t}[s]$ son el tiempo medio y su incertidumbre, respectivamente, de los tiempos t_0 y t_1. La incertidumbre $\sigma\bar{t}[s]$ se tomó como la incertidumbre de las mediciones dado que la desviación estándar del promedio es menor que dicha incertidumbre, salvo para las mediciones de t_1 correspondiente a una altura de 220 cm.

Tabla 1.II: Tiempo medios y cuadráticos para las distintas alturas medidas.

$h_0[m]$ $\pm 0{,}03m$	$\overline{t_0}\,[s]$	$\sigma\overline{t_0}\,[s]$	$\overline{t_1}\,[s]$	$\sigma\overline{t_1}\,[s]$	$\overline{t_0}^2[s^2]$	$\sigma\overline{t_0}^2[s^2]$	$\overline{t_1}^2[s^2]$	$\sigma\overline{t_1}^2[s^2]$
2,20	0,66	0,05	1,55	0,09	0,44	0,07	2,4	0,3
1,88	0,62	0,05	1,49	0,05	0,38	0,06	2,2	0,2
1,79	0,59	0,05	1,46	0,05	0,35	0,06	2,1	0,2
1,48	0,55	0,05	1,34	0,05	0,30	0,06	1,8	0,1
1,18	0,47	0,05	1,23	0,05	0,22	0,05	1,5	0,1

La incertidumbre de $\bar{t}^2$ ($\sigma\bar{t}^2$) se calculó como

$$\frac{\sigma\bar{t}^2}{\overline{t_1}^2} = 2\,\frac{\sigma\bar{t}}{\bar{t}}$$

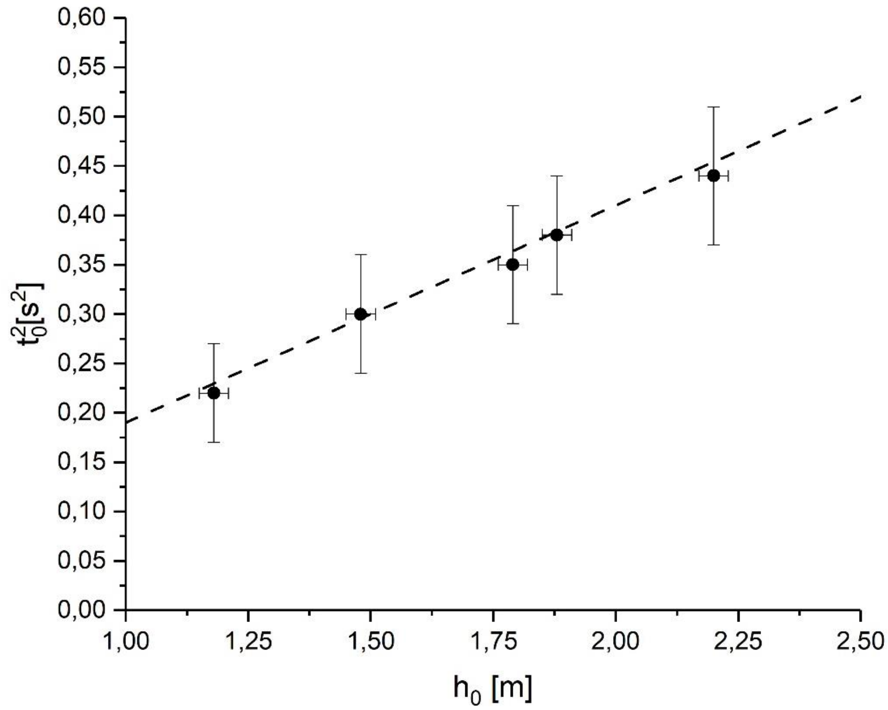


Figura 1.1: Gráfico de $\overline{t_0}^2$ en función de h_0. La línea punteada representa el ajuste lineal de los puntos.

Del ajuste lineal se obtiene una pendiente m_0

$$m_0 = (0{,}22 \pm 0{,}01) s^2\, m^{-1}$$

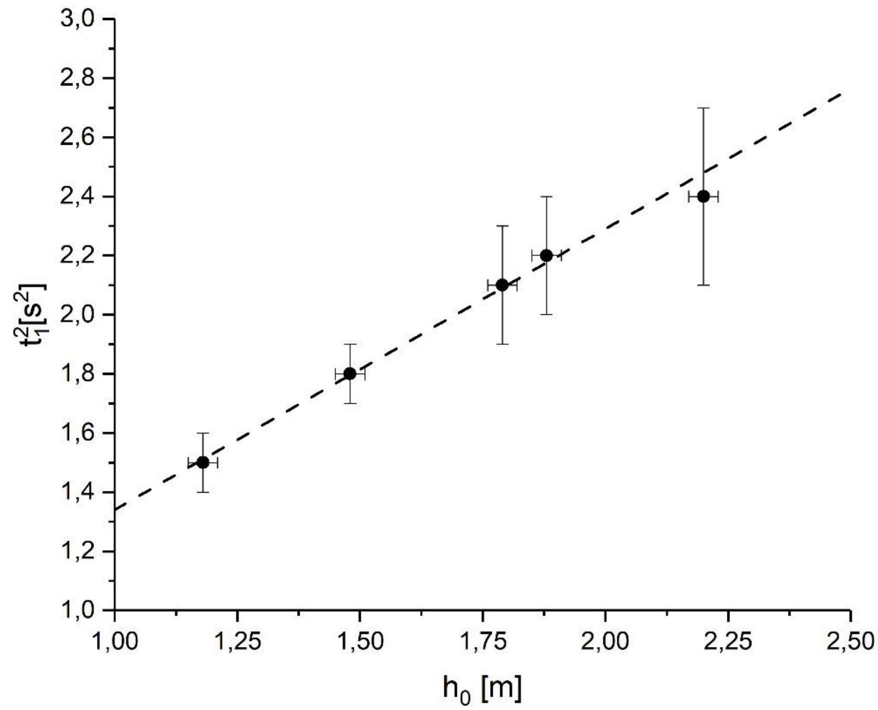


Figura 1.2: Gráfico de $\overline{t_1}^2$ en función de h_0. La línea punteada representa el ajuste lineal de los puntos.

Del ajuste lineal se obtiene una pendiente m_1

$$m_1 = (0{,}95 \pm 0{,}04) s^2\ m^{-1}$$

De las ecuaciones (3) y (4) y con las pendientes obtenidas se puede escribir que

$$m_1 = (1 + 2e)^2 m_0$$

Luego

$$e = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{m_1}{m_0}} - 1\right)$$

$$e = (0{,}54 \pm 0{,}05)$$

La incertidumbre de e (σe) se determinó usando

$$\sigma e = \frac{\frac{1}{2}\left[\sqrt{(\beta + \sigma\beta)} - 1\right] - \frac{1}{2}\left[\sqrt{(\beta - \sigma\beta)} - 1\right]}{2}$$

Con $\beta = \frac{m_1}{m_2}$ y $\frac{\sigma\beta}{\beta} = \frac{\sigma m_1}{m_1} + \frac{\sigma m_0}{m_0}$

Segunda Parte.

Tabla 2.I: Mediciones de tiempo entre rebotes sucesivos.

n		#1	#2	#3	#4	#5	$\overline{\Delta t_n}$ $[s]$	$\sigma\overline{\Delta t_n}$ $[s]$	$ln(\overline{\Delta t_n})$	$\sigma ln(\overline{\Delta t_n})$
1	Δt_1 $[s]$	0,814	0,818	0,862	0,879	0,781	0,83	0,04	-0,19	0,05
2	Δt_2 $[s]$	0,501	0,481	0,465	0,455	0,475	0,48	0,02	-0,74	0,04
3	Δt_3 $[s]$	0,287	0,295	0,301	0,290	0,294	0,293	0,005	-1,22	0,02
4	Δt_4 $[s]$	0,179	0,176	0,180	0,177	0,175	0,177	0,002	-1,73	0,01
5	Δt_5 $[s]$	0,106	0,104	0,108	0,110	0,106	0,107	0,002	-2,24	0,02

La incertidumbre de $ln(\overline{\Delta t_n})$ ($\sigma ln(\overline{\Delta t_n})$) se determinó mediante

$$\sigma ln(\overline{\Delta t_n}) = \frac{\sigma\overline{\Delta t_n}}{\overline{\Delta t_n}}$$

La altura h_0 utilizada en las mediciones fue

$$h_0 = (2{,}20 \pm 0{,}03)m$$

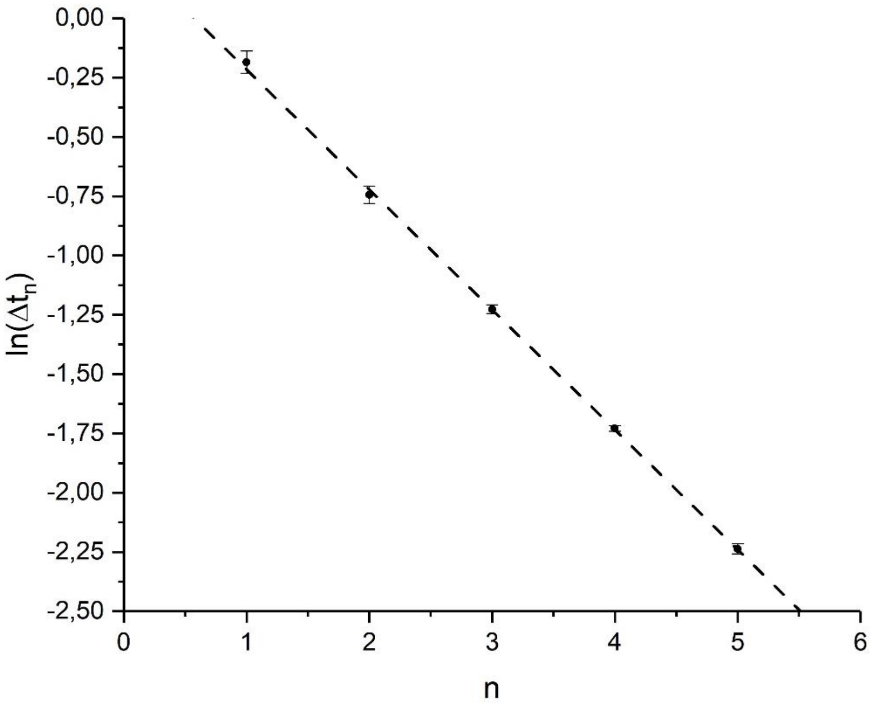


Figura 2.1: Grafico de $ln(\overline{\Delta t_n})$ en función de n. La línea punteada representa el ajuste lineal de los puntos.

Se realizó un ajuste lineal de la forma

$$ln(\overline{\Delta t_n}) = \alpha + n\beta$$

Del ajuste se obtuvo que

$$\alpha = (0,29 \pm 0,02)$$

$$\beta = (-0,506 \pm 0,005)$$

De acuerdo a la ecuación (6)

$$\alpha = ln\left(2\sqrt{\frac{2h_0}{g}}\right)$$

$$\beta = ln(e)$$

Luego,

$$e = (0,603 \pm 0,003)$$

La incertidumbre de e (σe) se determinó como

$$\sigma e = \left|\frac{\exp(\beta + e\beta) - \exp(\beta - e\beta)}{2}\right|$$

Donde $exp(x)$ indica la función exponencial de x.

De la expresión para α se obtiene que

$$g = \frac{8h_0}{[exp(\propto)]^2}$$

Luego

$$g = (9,9 \pm 0,6)\ m\ s^{-2}$$

La incertidumbre de g (σg) se determinó como

$$\frac{\sigma g}{g} = \frac{\sigma h_0}{h_0} + 2\frac{\sigma A}{A}$$

Donde $A = exp(\alpha)$ y $\sigma A = \frac{1}{2}[exp(\alpha + \sigma\alpha) - exp(\alpha - \sigma\alpha)]$.