XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física

Mayagüez, PR, 2018

CÓDIGO

T1-1

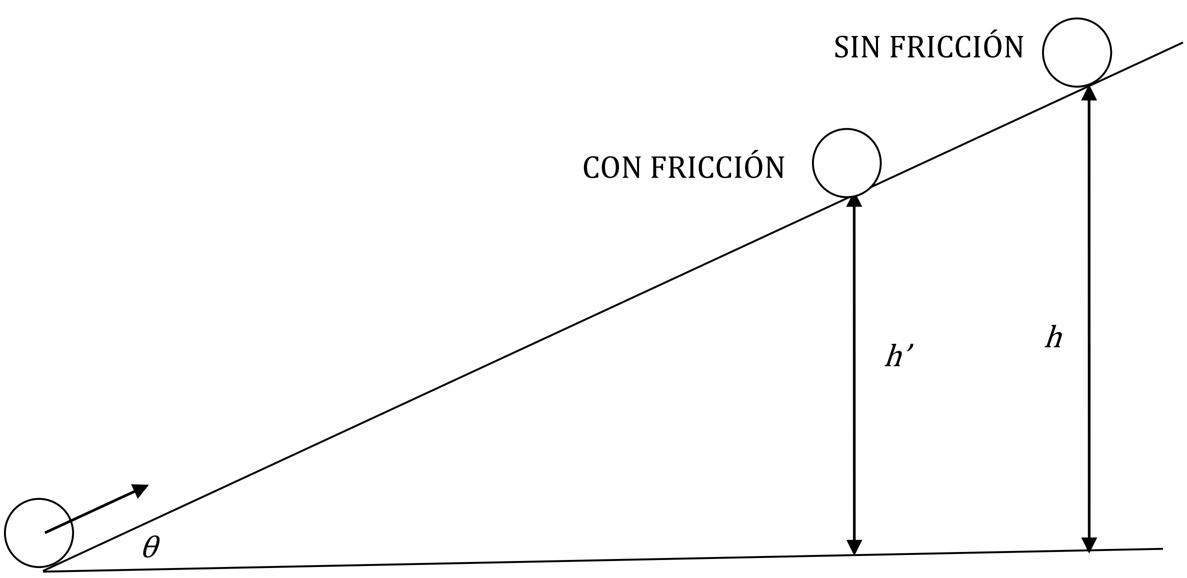
Problema

1-BOLA DE BILLAR EN PLANO INCLINADO. (8.0 puntos)

Una bola de billar (esfera homogénea) es golpeada de modo que la bola adquiere instantáneamente un movimiento de traslación pura en la dirección ascendente del plano inclinado, por el que sube cierta altura máxima hasta detenerse. Si el plano es sin fricción, la bola asciende cierta altura *h* y si tiene fricción, asciende hasta otra altura *h'*.

Calcule la razón *h'/h* para el caso en que el ángulo θ de inclinación del plano satisface la relación $\tan\theta = \mu/2$, donde μ es el coeficiente de fricción (cinético y estático) entre la bola y el plano.

El momento de inercia de una esfera homogénea con respecto a un eje que pasa por el centro de masa es $I = \frac{2}{5}MR^2$.



Debe presentar:

1-Diagramas de cuerpo libre para cada una de las situaciones que analice. **0.8 punto**

2-Todas las ecuaciones con las cuales realiza algún cálculo. **6.7 puntos**

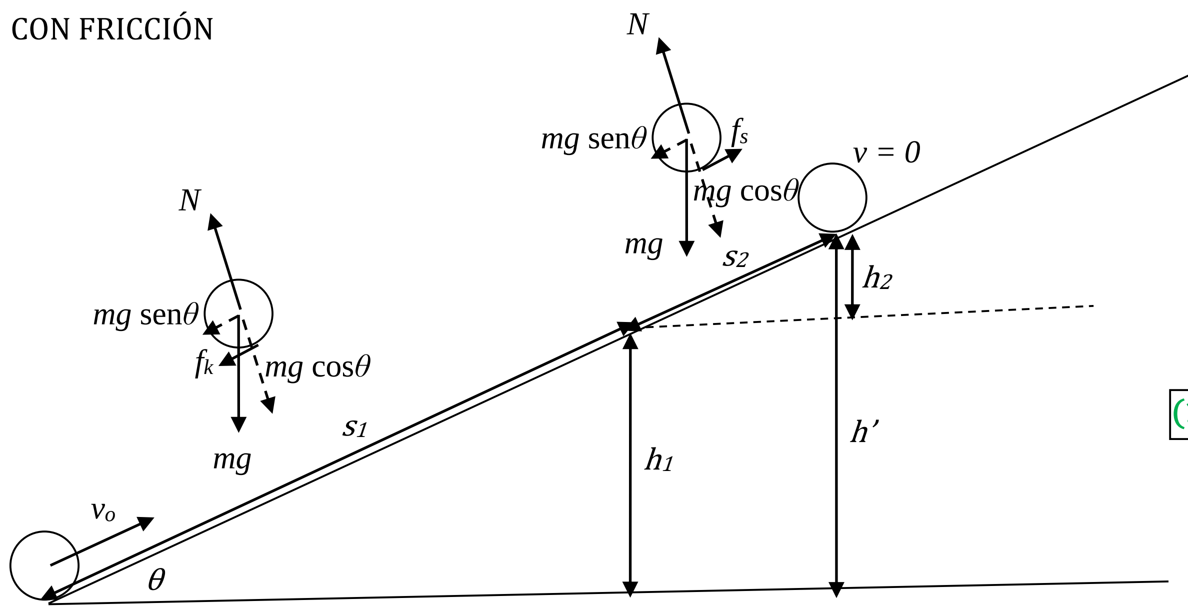
3-Resultado numérico de la fracción *h'/h*. **0.5 punto**

1-SOLUCIÓN: {(8.0)}

(a) En el ascenso sin fricción, por conservación de la energía mecánica: (0.5)

$\frac{1}{2} m v_o^2 = mgh$ por lo que $\boxed{h = v_o^2/(2g)}$ (1)

CON FRICCIÓN



(1.5)

(b)Cuando hay fricción, si $\tan\theta = \mu/2$, entonces la inclinación permite que se desarrolle fricción estática y pueda alcanzarse la rodadura pura (habría sólo deslizamiento si $\tan\theta \geq \mu$). El ascenso será primero de rodadura con deslizamiento y continuará a partir de un punto con rodadura pura. Llamemos s_1 al segmento en que hay deslizamiento (y h_1 la altura subida hasta ahí), y s_2 el segmento en rodadura pura (y h_2 su correspondiente altura) (Ver figura con fricción)

Mientras desliza hacia arriba se oponen al ascenso las fuerzas $mg\,\text{sen}\theta$ y $\mu mg\cos\theta$, por lo que la aceleración de frenado será

$a = -g(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)$,

considerando positiva la dirección de avance. El torque de la fricción alrededor del eje central producirá una rotación acelerada positivamente:

$R\,\mu mg\cos\theta = (2/5)mR^2\propto$ De donde: $\propto = (5/2)(\mu g/R)\cos\theta$

La velocidad angular ω aumentará y la velocidad de traslación disminuirá hasta que se cumpla la condición de rodadura pura: $\omega = v/R$. Habrá transcurrido un tiempo t dado por:

$\omega = \omega_o + \propto t$ con $\omega_o = 0.$

Por tanto: $v/R = (5/2)(\mu g/R)\,t\cos\theta$

De aquí: $t = (2/5)\,v/(\mu g\cos\theta)$

La velocidad alcanzada hasta ese punto será:

$v = v_o + at = v_o - g(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)\times(2/5)\,v/(\mu g\cos\theta)$

De aquí: $v = v_o / [1 + (2/5)(1 + (\tan\theta) / \mu)] = (5/8)v_o$

donde se tuvo en cuenta $\tan\theta = \mu/2$

La velocidad angular en ese instante es: $\omega = (5/8)v_o /R$

Hasta ahí la bola recorrió una distancia s_1 tal que:

$v^2 = v_o^2 + 2a\, s_1$

$[(5/8)v_o]^2 = v_o^2 - 2g(\text{sen}\theta + \mu \cos\theta)\, s_1$

Despejamos: $s_1 = (39/128)(v_o^2/g) / (\text{sen}\theta + \mu \cos\theta)$

La altura ascendida es: $h_1 = s_1 \,\text{sen}\theta = (39/128)(v_o^2/g) / (1 + \mu/\tan\theta)$

Y como $\tan\theta = \mu/2$: $\boxed{h_1 = (39/384)(v_o^2/g)}$ (2) (3.0)

(c)Comienza el ascenso en rodadura pura, donde se conserva la energía mecánica:

$½\, mv^2 + ½\, I\omega^2 = mgh_2$

Sustituyendo valores:

$½\, m[(5/8)v_o]^2 + ½\,(2/5)\, mR^2(5/8 \cdot v_o/R)^2 = mgh_2$

De aquí: $\boxed{h_2 = (35/128)(v_o^2/g)}$ (3) (2.5)

(d)Entonces: $\boxed{h' = h_1 + h_2 = (3/8)\,(v_o^2/g)}$ (4)

De (1) y (4):

(e) $h'/h = (3/8) / (1/2) = ¾ = 0.75 = \boxed{75\%}$ (0.5)

2-CALENTAMIENTO ELÉCTRICO DE OLLA CON AGUA (8.0 puntos)

Una olla cerrada contiene 500 g de agua. En el interior, sumergida en el agua, hay una resistencia de calentamiento $R_c = 12.0\ \Omega$, en serie con una fuente externa de 120 V y con una resistencia externa variable R_v (Fig, 1). En el interior de la olla hay también un termómetro para registrar la temperatura del agua. Inicialmente el sistema se encuentra a una temperatura de 90ºC. Estando el interruptor abierto se registra la curva de enfriamiento que se muestra en la Fig. 2.

La capacidad calorífica de la olla, la resistencia de calentamiento R_c y el termómetro juntos es de 200 J/ºC (sin incluir el agua).

El calor especifico del agua es de 4.18 kJ/kg.ºC y se supone constante en todo el experimento.

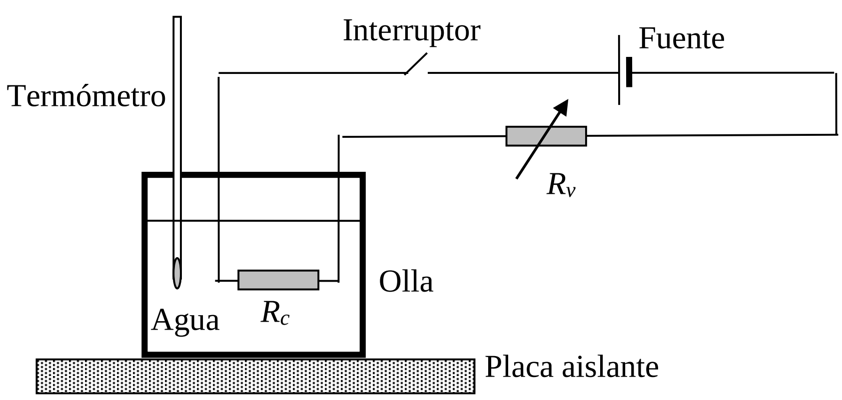


Fig. 1

Cuando la temperatura llega a 50.0º C se cierra el interruptor y queda conectada la fuente de 120 V.

Las condiciones ambientales en torno a la olla no cambian durante los procesos de enfriamiento y calentamiento.

2.3 puntos a) ¿Qué valor debe tener la resistencia variable R_v para que el agua se mantenga a 50.0º C?

3.6 puntos b) ¿Qué temperatura alcanzará el agua si la resistencia variable R_v se ajusta a 16.8 Ω y la fuente se mantiene conectada por un tiempo muy largo?

2.1 puntos c) Mientras el agua se calienta con la resistencia variable de 16.8 Ω, ¿cuál es su rapidez de calentamiento, en ºC/min, cuando pasa por los 58.0º C?

CURVA DE ENFRIAMIENTO

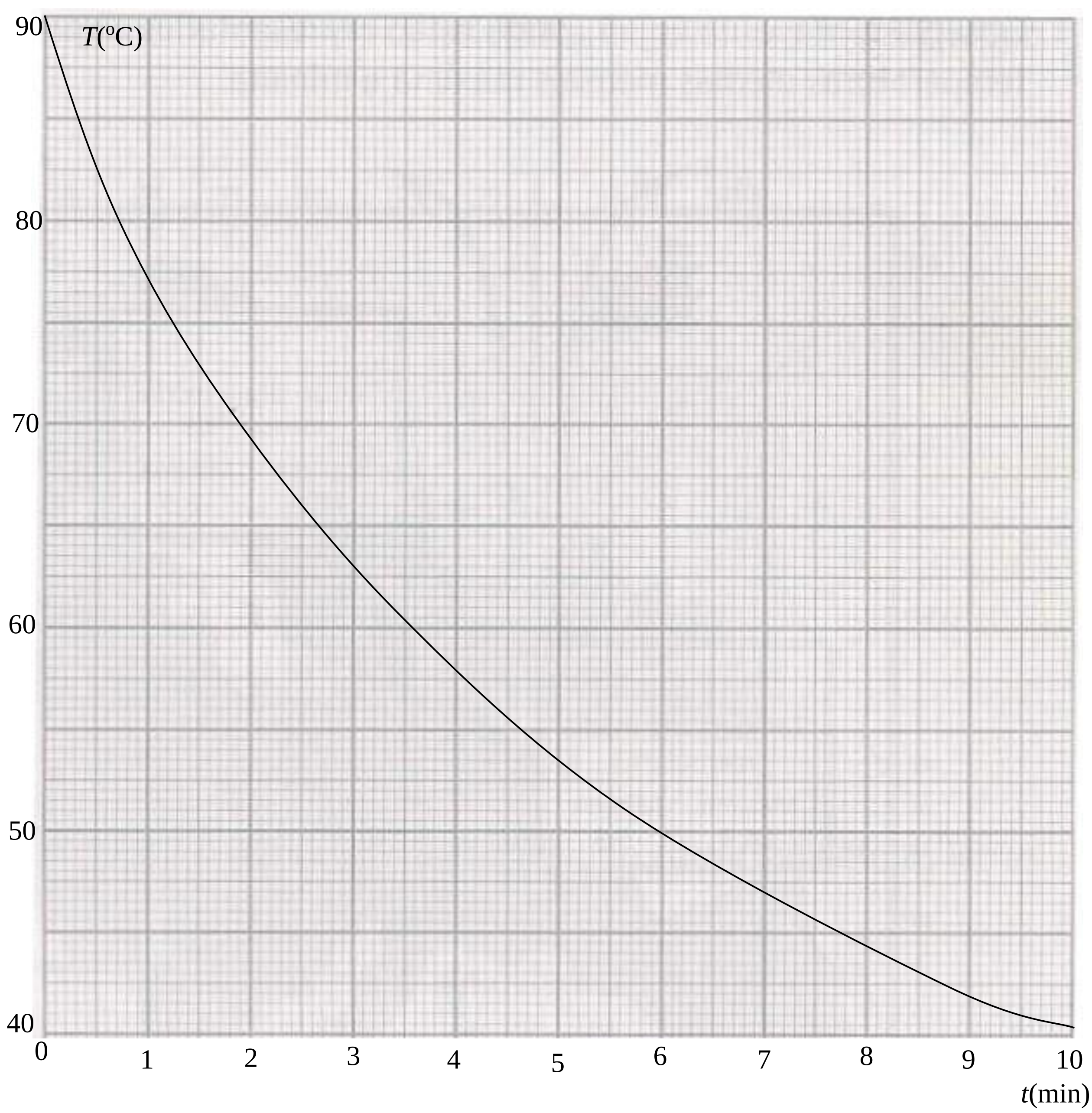


Fig. 2

	XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física Mayagüez, PR, 2018	**CÓDIGO**	**T2-3** **Problema**

HOJA AUXILIAR

XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física

Mayagüez, PR, 2018

CÓDIGO

T2-4

Problema

HOJA AUXILIAR

2-SOLUCIÓN: {[8.0]}

a)(Fig. A) En los 50ºC se enfría a razón de: (cálculo de la pendiente)

$\Delta T/\Delta t|$ = (68.5 – 40)/9.2 = 3.10 ºC/min = 0.0516 ºC/s. (0.6)

Se cede calor al ambiente a razón de:

$\Delta Q^{ced}/\Delta t = (Mc + C)\, \Delta T/\Delta t$ = (0.500×4.18×103 + 200)×0.0516 = 118 J/s. (0.6)

Para que no cambie la temperatura hay que inyectar energía a razón de $P = V_c^2/R_c$ = 118 W lo que implica $V_c = (118\times12)^{1/2}$ = 37.6 V. Entonces: V_v = 120.0 – 37.6 = 82.4V (0.6)

La resistencia R_v que permite fijar este voltaje forma un divisor de voltaje con la de calenta-miento R_c, por lo que $R_v = R_cV_v/V_c$ = 12×82.4/37.6 = 26.3 Ω (0.5)

b)Con la nueva resistencia el voltaje aplicado a R_c cumplirá: 120 = I(12.0 + 16.8) y de aquí: I = 4.17 A. (0.5)

Por tanto $V_c = IR_c$ = 4.17×12.0 = 50.0 V (0.5)

Se alcanzará una temperatura máxima cuando la potencia eléctrica entregada por R_c iguale a la potencia cedida al ambiente. O sea, cuando

$\Delta Q^{ced}/\Delta t = V_c^2/R_c = 50^2/12$ = 208 W (0.6)

Lo mismo que se hizo en la Fig. A se repite para tres o cuatro puntos más (Fig. B) y con las cuatro pendientes se calculan las potencias cedidas al ambiente a cada temperatura y se hace el grafico de **potencia cedida al ambiente** a diferentes temperaturas (Fig. C). (2.0)

El punto rojo indica la temperatura $\boxed{62.5\ ºC}$ a la cual la potencia cedida es de 208 W, igual que la que provee la resistencia de calentamiento,

OTRA FORMA:

A una potencia cedida de 208 W corresponde una pendiente de enfriamiento de:

$\Delta T/\Delta t = (\Delta Q^{ced}/\Delta t) / (Mc + C)$ = 208/ 2290 = 0.0908 ºC/s = 5.45 ºC/min

Se traza una recta con esa pendiente en el gráfico y se busca el punto en que mejor hace la tangencia a la curva. Es la recta de la Fig. D, que hace tangencia en el punto de temperatura

$T \approx 62.5$ ºC

Con los errores en la estimación visual de la pendiente, el resultado puede estar en:

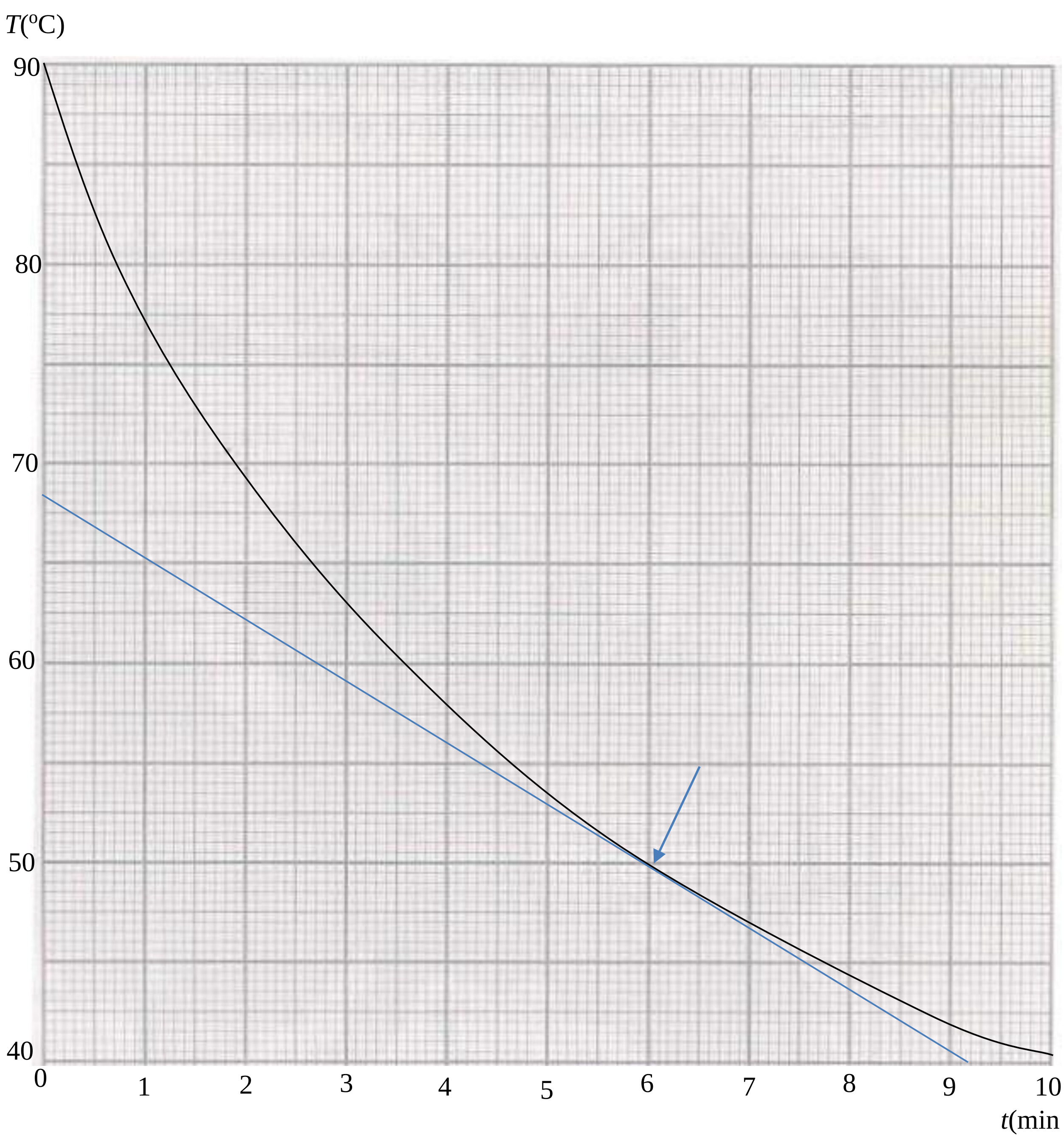
T = (62.5 ± 1) ºC (entre 61.5 y 63.5 ºC, que está muy por debajo de la temperatura de ebullición del agua).

c) La Fig. C muestra (punto cuadrado negro) que la potencia cedida a 58ºC es $P^{cedida} = 175$ W : las condiciones ambientales son las mismas en el recalentamiento con la resistencia de 16.8 Ω que durante el enfriamiento desde 90ºC, por lo que a las mismas temperaturas habrá igual velocidad de enfriamiento (por radiación, conducción y convección) tanto en el enfriamiento como en el recalentamiento. La potencia de calentamiento es $P^{calent} = 208$ W por lo que la potencia neta absorbida es: $P^{abs} = 208 - 175 = 33$ W. (1.2)

La velocidad de calentamiento se obtiene de: $P^{abs} = (Mc + C)\,\Delta T/\Delta t$, por lo que

$\Delta T/\Delta t = P^{abs}/\,(Mc + C) = 33/2290 = 0.0144$ ºC/s = $\boxed{0.86 \text{ ºC/min}}$ (0.9)

Fig. A: CURVA DE ENFRIAMIENTO



XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física
Mayagüez, PR, 2018

Prueba Teórica: Solución
(en castellano)

T2-3S
Problema

Fig. B: CURVA DE ENFRIAMIENTO

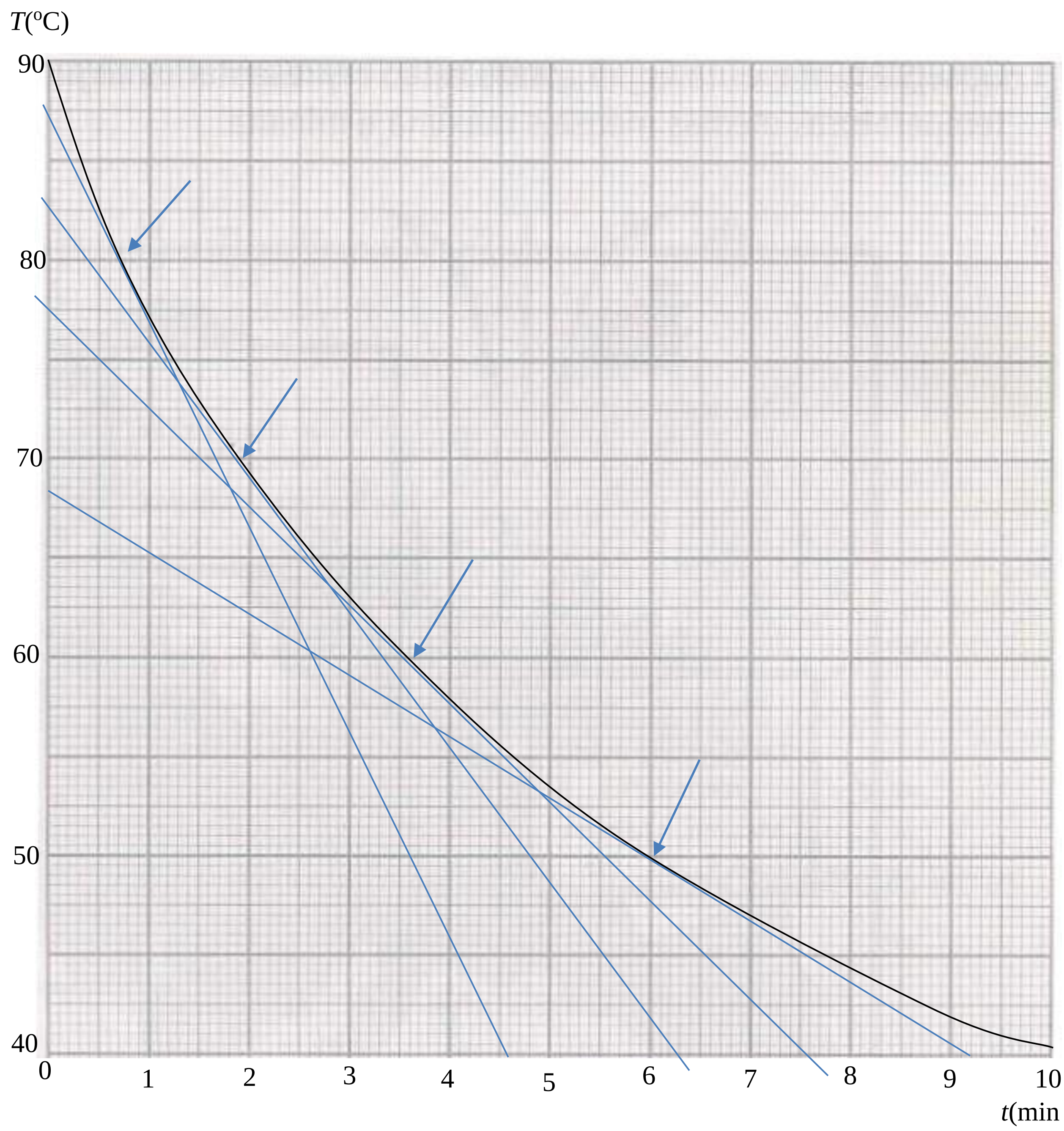
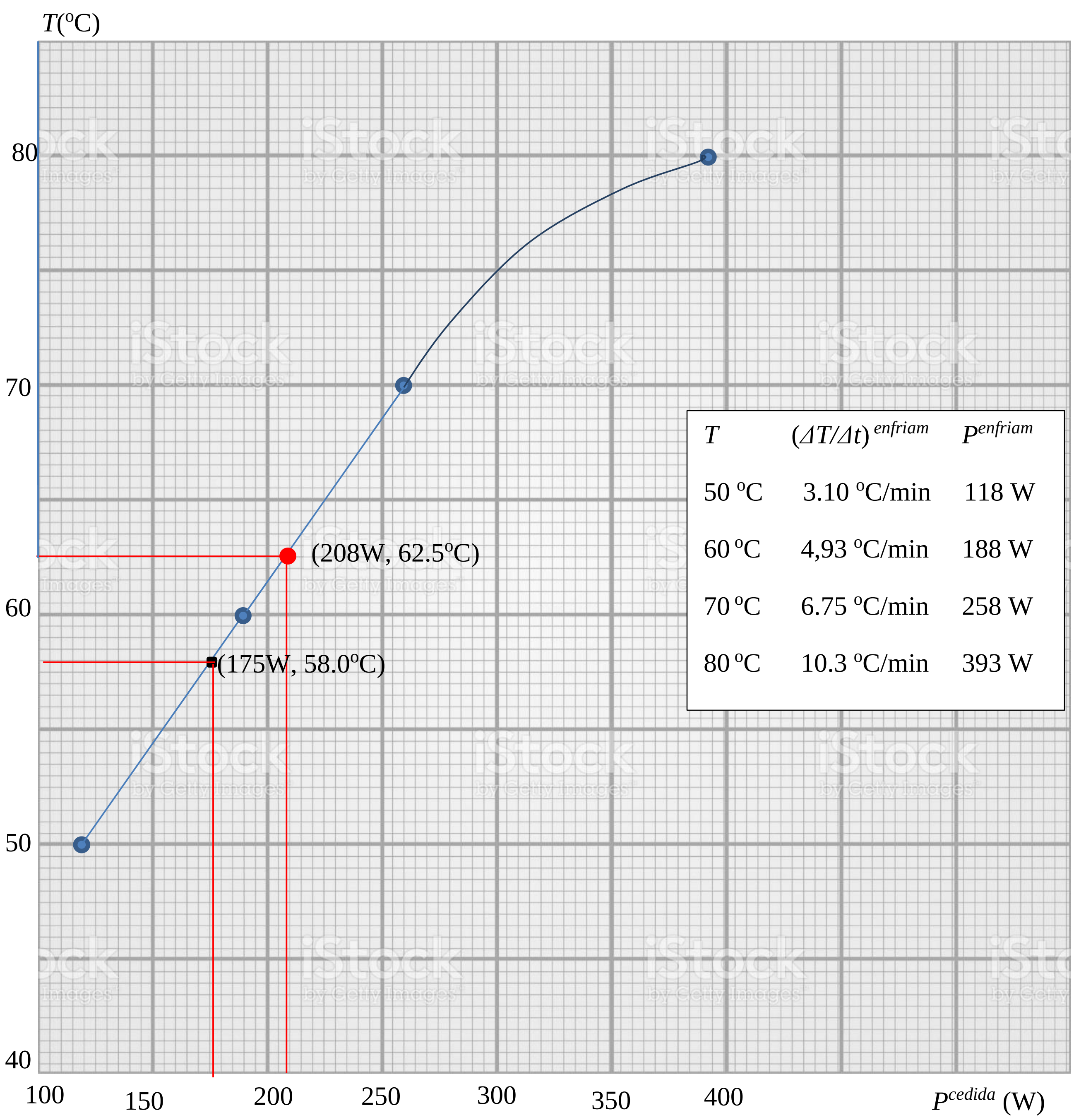
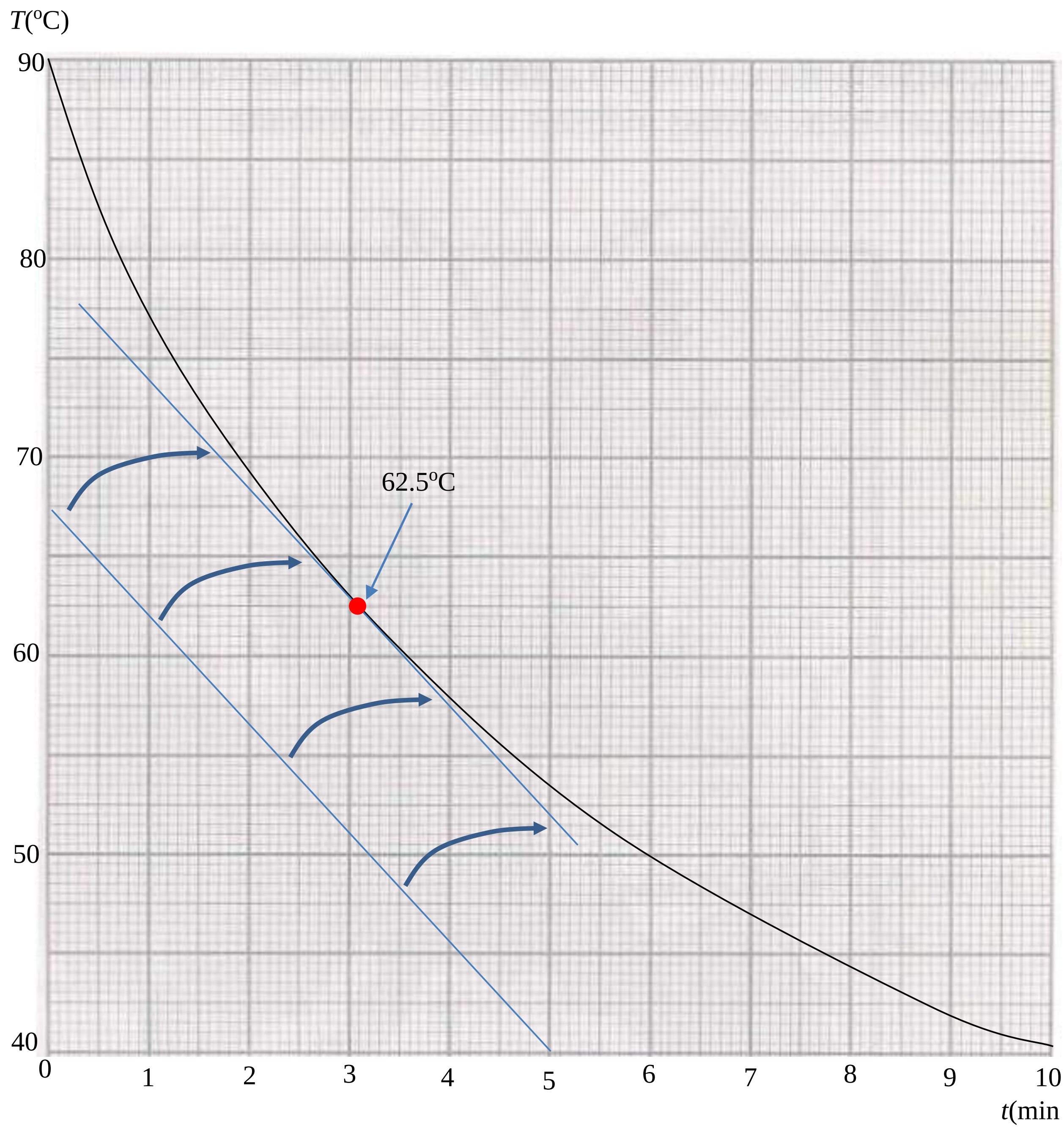


Fig. C: TEMPERATURA *vs* POTENCIA CEDIDA AL AMBIENTE



(Otra variante) Fig. D: CURVA DE ENFRIAMIENTO



3- CAPACITORES. **(8.0 puntos)**

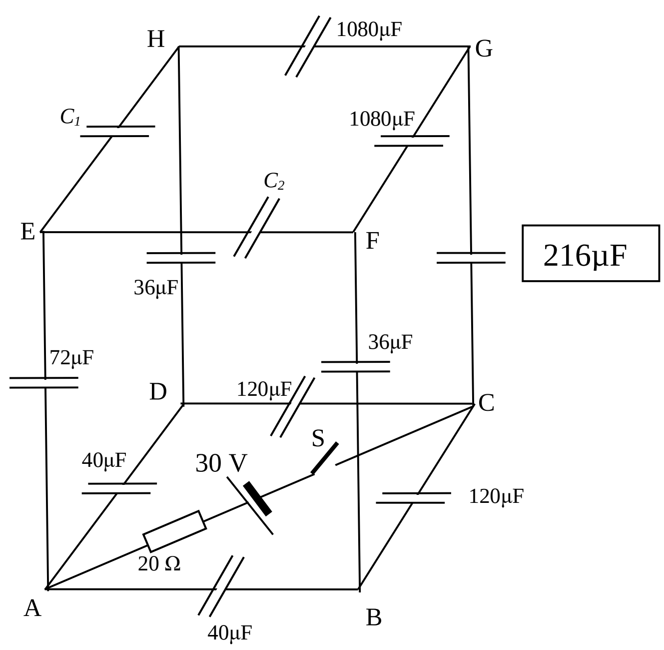
Se tiene el circuito esquematizado en la figura, en donde el interruptor está abierto y los capacitores descargados. Se cierra el interruptor y después de un cierto tiempo se observa que los capacitores de 36 μF han quedado descargados.

2.5 puntos a) Calcule los valores de C_1 y C_2.

4.5 puntos b) ¿Qué carga adquiere cada uno de los capacitores del circuito?

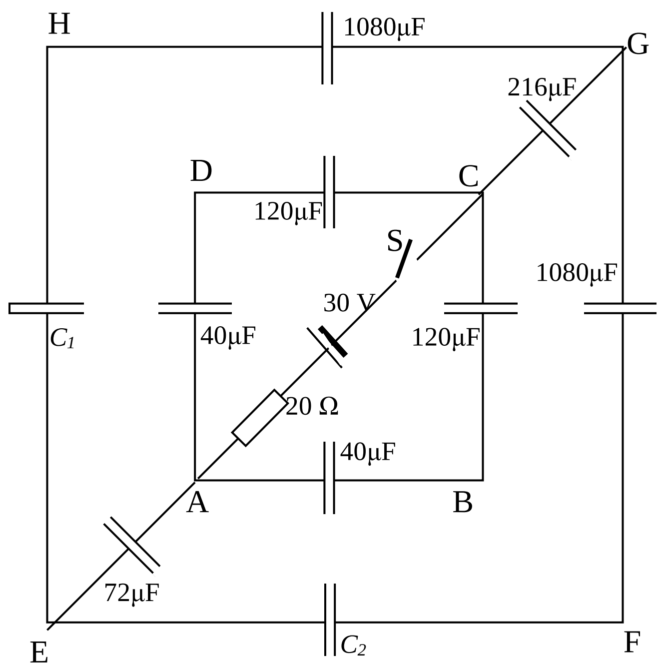
0.5 punto c) ¿Qué energía total se acumula en los capacitores?

0.5 punto d) ¿Cuánta energía gastó la batería en el proceso de carga del sistema de capacitores?



SOLUCIÓN: {(8)}

a)Si los de 36 µF no se cargan es como si no estuvieran en el circuito (Fig. 2). Además, esto significa que $V_{HD} = V_{BF} = 0$, por lo que $V_{AD} = V_{AH} = V_{AE} + V_{EH}$ y $V_{AB} = V_{AF} = V_{AE} + V_{EF}$. Atendiendo a la simetría de los capacitores respecto a la diagonal EACG podemos anticipar que $C_1 = C_2$ pues solamente así se lograrán distribuciones iguales de cargas en las ramas EHG y EFG que produzcan los mismos voltajes nulos entre las esquinas simétricas D-H y B-F. Podemos llamar C a ambos capacitores.



(0.5)

Fig. 2

Asumamos que de A a D la batería envía una carga q_1 (la misma que envía de A a B, debido a la simetría de las ramas ADC y ABC) de modo que el voltaje $V_{AD} = q_1/C_{AD}$. Esa misma carga llegaría al capacitor que está entre D y C, de modo que $V_{DC} = q_1/C_{DC}$. Así, el voltaje de la batería queda dividido en dos partes por el punto D, cuya suma es $V_{AD} + V_{DC} = 30$ V y cuya razón es $V_{AD} / V_{DC} = C_{DC} / C_{AD} = 120/40 = 3.0$. (La resistencia no produce voltajes cuando ya los capacitores se cargaron). Entonces $V_{AD} = 22.5$ V $= V_{AH}$. Y $V_{DC} = 7.5$ V $= V_{HC}$.

La batería envía otra carga q_2 por la rama AE que se divide a partes iguales, ½ q_2, por las ramas EHG y EFG, para retornar por la rama GC como q_2. Se cumplirá:

$V_{AH} = V_{AE} + V_{EH} = q_2/C_{AE} + ½\, q_2/C_{EH} = q_2/72 + ½\, q_2/C)$

Pero debe cumplirse $V_{AD} = V_{AE} + V_{EH}$ por lo que: $22.5 = q_2/72 + ½\, q_2/C$ (A)

Y: $V_{HC} = V_{HG} + V_{GC} = (½\, q_2/C_{HG} + q_2/C_{GC}) = ½\, q_2/1080 + q_2/216) = (11/2160)q_2 = 7.5$ V

De aquí: $q_2 = 1472$ µC = 1.47 mC

De (A): $C = 360$ µF -- (2.0) b)El circuito de la Fig. 2 puede reducirse a un circuito equivalente más simple:

Las ramas ADC y ABC quedan en paralelo. La capacitancia de cada rama es:

$1/C_1$ = 1/40 +1/120 = 1/30, C_1 = 30 μF **(0.5)**

Y las dos en paralelo tienen una capacitancia C_{p1} = 30 + 30 = 60 μF

Las ramas EHG y EFG quedan en paralelo. La capacitancia de cada rama es:

$1/C_2$ = 1/ 360 + 1/1080 = 1/270, C_2 = 270 μF

Y las dos en paralelo tienen una capacitancia C_{p2} = 270 + 270 = 540 μF **(0.5)**

El sistema se reduce al circuito siguiente (Fig. 3):

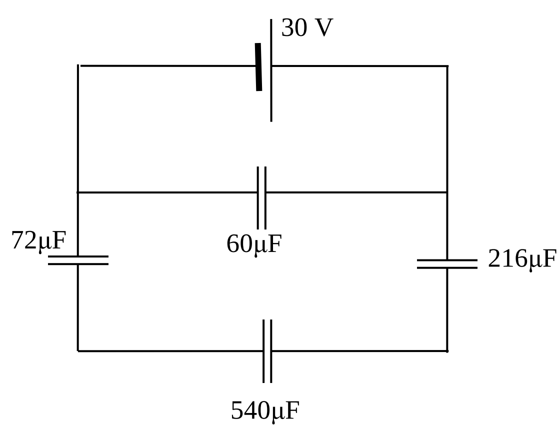


Fig. 3 **(0.5)**

Las tres capacitancias en serie equivalen a 49.1 μF y la capacitancia total del sistema es:

C_t = 60 + 49 = 109 μF. **(0.6)**

La carga que sale de la batería es $Q = C_t\mathcal{E}$ = 109×30 = 3.3 mC **(0.6)**

La carga en las de 40 μF y 120 μF es Q' = 30×30 = 0.90 mC **(0.6)**

La carga en las de 72 μF y 216 μF es 3.27 – 2×0.90 = 1.5 mC **(0.6)**

En todos los demás capacitores la carga es ½×1.47 = 0.74 mC **(0.6)**

c)La energía total acumulada en los capacitores es:

$U = ½\, C\, \mathcal{E}^2$ = ½×109×30^2 = 49 mJ **(0.5)**

d)El trabajo realizado por la batería al mover toda la carga es: $W = Q\,\mathcal{E}$ = 3.27×30 = 98 mJ **(0.5)**

Es el doble de la acumulada en el circuito. La mitad se pierde en las resistencias inevitables del circuito (alambres conductores, resistencia interna de la batería, contactos) representadas en el circuito por el resistor de 20 Ω.

XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física

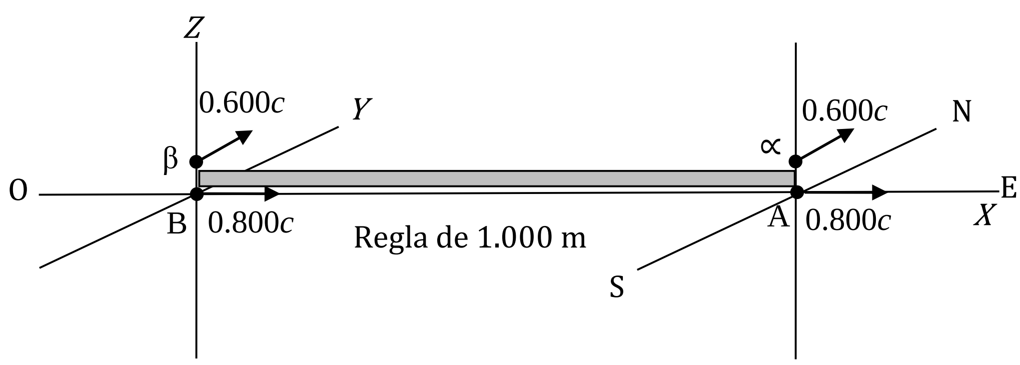
Mayagüez, PR, 2018

CÓDIGO

T4-1

Problema

4-ELECTRONES RELATIVISTAS (6.0 puntos)



Sucesos observados en el Sistema del laboratorio-regla

Fig. 1

Dos electrones, A y B, se mueven en el sentido positivo del eje X a $0.800c$ respecto a una regla de 1.000 m fija a un laboratorio. Otros dos electrones, ∝ y β, se mueven en el sentido positivo del eje Y a $0.600c$ respecto a la misma regla (Fig. 1).

En el sistema de la regla, el cruce de A con ∝ y el de B con β ocurren simultáneamente sin colisionar, separados en el espacio por la longitud de la regla. La separación en el eje Z entre las trayectorias de los electrones es despreciable. Desprecie la interacción eléctrica entre los electrones.

0.4 punto a) Haga un esquema en el plano X,Y que muestre dónde están los electrones B y β cuando A coincide con α, de acuerdo con un sistema que viaja con los electrones A y B.

0.4 punto b) Haga otro esquema similar al anterior que muestre dónde están los electrones A y α cuando B coincide con β, de acuerdo con un sistema que viaja con los electrones A y B. Coloque el origen de coordenadas en el punto en que se cruzan B y β.

1.2 puntos c) En el sistema que viaja con A y B, ¿cuál encuentro se produce primero, A con α, o B con β, y cuánto tiempo primero?

2.0 puntos d) ¿Qué distancia separa a los electrones A y α, según el sistema que viaja con los electrones A y B, cuando B y β se cruzan?

1.2 puntos e) ¿Qué distancia separa a los electrones α y β, según el sistema que viaja con los electrones A y B?

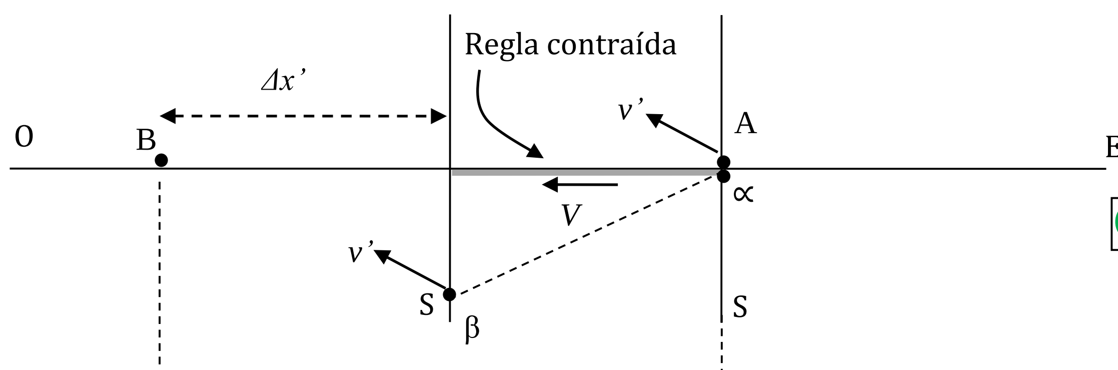
0.4 punto f) ¿Qué energía total tiene el electrón α respecto al A?

0.4 punto g) ¿Qué momento lineal (módulo o magnitud) tiene el electrón α respecto al A?

Masa del electrón: 9.11×10^{-31} kg = 0.500 MeV/c^2 Velocidad de la luz: 3.00×10^{8} m/s

4-SOLUCIÓN: {[6.0]}

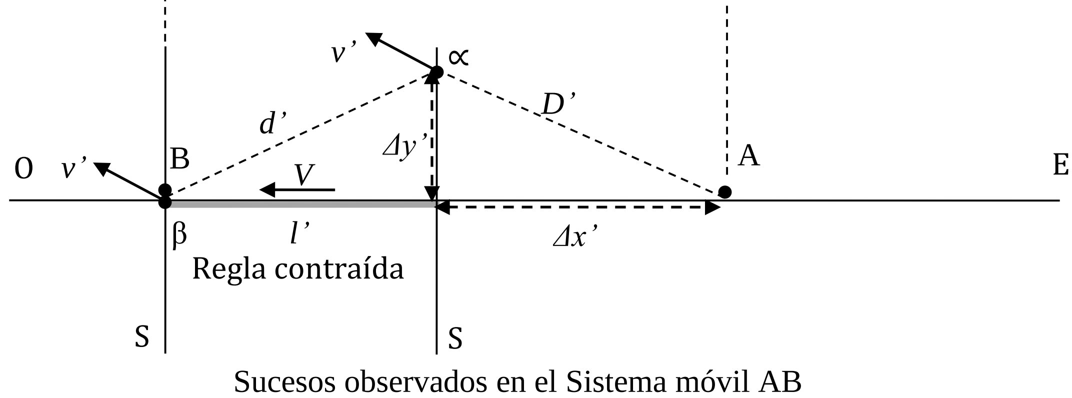
a) Sucesos observados en el Sistema móvil AB



(0.4)

Fig. 1a

b) Sucesos observados en el Sistema móvil AB



(0.4)

Sucesos observados en el Sistema móvil AB

Fig. 1b

c) Tomamos los orígenes O (de la regla) y O' (del sistema AB) donde se cruzan los electrones B y β, y tomamos ese cruce de B y β como suceso de referencia en el tiempo. Entonces:

$x_B = x'_B = 0$ en $t_B = t'_B = 0$

Para el sistema AB, el cruce de A y α ocurre en:

$t'_A = \gamma(t_A - x_A V/c^2)$ con $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2} = 1/\sqrt{1 - 0.800^2} = 1/0.600$

$t'_A = (0 - 1.000\times 0.800/c)/0.600$ = -4.44 ns (1.2)

El encuentro de A con α ocurre 4.44 ns antes que el de B con β en el sistema S' que viaja con los electrones A y B.

d) En S' pasan 4.44 ns entre el encuentro de A con α y el de B con β. En ese tiempo se sepa-ran A y α una distancia dada por $D' = v't'$ (Fig. 1b), donde v' es la velocidad de α respecto a A, según se observa desde el sistema AB:

$v' = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y}$

Ahora: $v'_x = (v_x - V) / (1 - v_x V/c^2) = (0 - 0.800c) / (1 - 0) = -0.800c$

Y: $v'_y = [v_y/(1 - v_x V/c^2)] \sqrt{1 - V^2/c^2} = [0.600c / (1 - 0)] \sqrt{1 - 0.800^2} = 0.360c$

Entonces: $v' = \sqrt{(0.800c)^2 + (0.360c)^2} = 0.877c$

$D' = v't' = 0.877 \times 3.00 \times 10^8 \times 4.44 \times 10^{-9} = 1.17$ m **(2.0)**

(De otra forma:

$\Delta x' = -0.800c \times 4.44 \times 10^{-9} = -1.066$ m, $\Delta y' = 0.360c \times 4.44 \times 10^{-9} = 0.480$ m y

$D' = \sqrt{1.066^2 + 0.480^2} = 1.17$ m)

e) La distancia entre α y β se obtiene por Pitágoras (Fig. 1b), con un cateto igual a la longitud de la regla contraída, $l' = l_o \sqrt{1 - V^2/c^2}$ y con el otro cateto igual a $\Delta y' = v'_y t'$:

$l' = 1.000 \sqrt{1 - 0.800^2} = 0.600$ m y $\Delta y' = 0.360 \times 3.00 \times 10^8 \times 4.44 \times 10^{-9} = 0.480$ m

Entonces: $d' = \sqrt{0.600^2 + 0.480^2} = 0.768$ m **(1.2)**

f) $E' = mc^2/\sqrt{1 - v'^2/c^2}$ donde v' es la velocidad de α respecto a A:

Por tanto: $E = 0.511/\sqrt{1 - 0.877^2} = 1.06$ MeV **(0.4)**

g) El momento lineal de α respecto a A será:

$p' = mv'/\sqrt{1 - v'^2/c^2} = 0.511c^{-2} \times 0.877c/\sqrt{1 - 0.877^2} = 0.932$ MeV/c **(0.4)**

(O por componentes:

$\mathbf{p'} = mv'_x/\sqrt{1 - v'^2/c^2}\,\mathbf{i} + mv'_y/\sqrt{1 - v'^2/c^2}\,\mathbf{j} = (-0.851\,\mathbf{i} + 0.383\,\mathbf{j})$ MeV/c

$p' = \sqrt{0.511^2 + 0.383^2} = 0.933$ MeV/c)