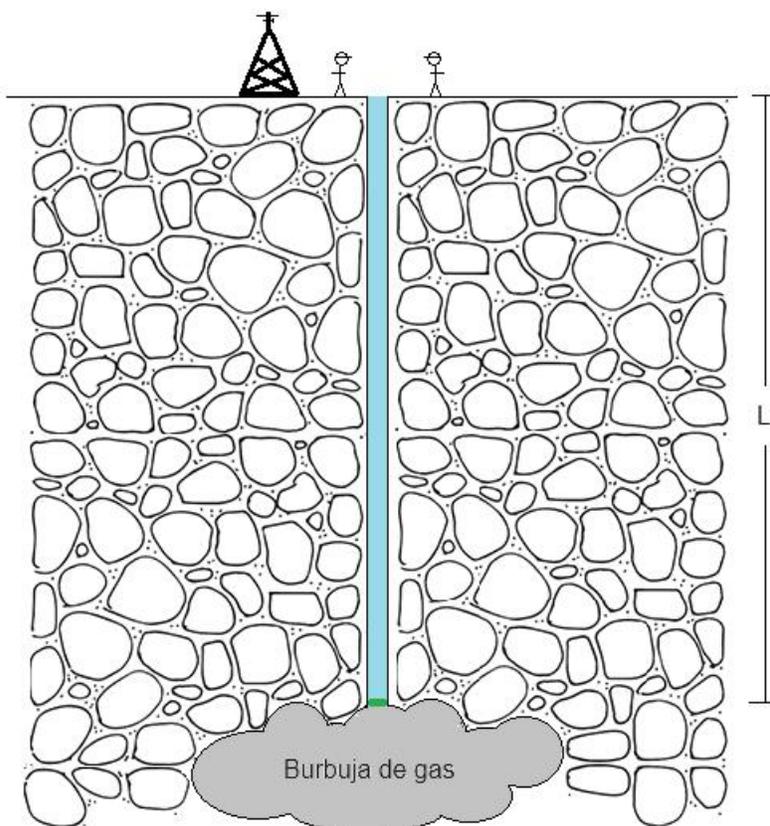


Prueba Teórica

PROBLEMA 1. EXPLORACIÓN SUBTERRÁNEA

Unos trabajadores perforan el suelo verticalmente para llegar a una burbuja cerrada de 4 m^3 de gas ideal diatómico presurizado, a $95 \text{ }^\circ\text{C}$. Se usa una broca de radio $b = 10 \text{ cm}$, de manera que en el suelo queda una apertura cilíndrica vertical con el mismo espesor de la broca, las paredes de esta apertura están térmicamente aisladas. Conforme la broca va avanzando la apertura se va llenando completamente con agua salada. Cuando se haya perforado una longitud total $L = 200 \text{ m}$ se dará el contacto con la burbuja de gas, por lo que los trabajadores extraen la broca y colocan una barrera móvil muy delgada y ligera en el extremo inferior de la perforación, cuya única función es impedir que se mezcle el gas con el agua salada. Una vez colocada, la barrera puede moverse libremente sin ningún tipo de fricción con las paredes de la apertura.



La densidad del gas de la burbuja antes de realizar la perforación es $\rho_g = 2,50 \text{ kg/m}^3$, por otra parte, algunas propiedades físicas del agua salada utilizada son:

Propiedad	Magnitud
Resistividad eléctrica a $20 \text{ }^\circ\text{C}$. (r_{20})	$0,25 \Omega \cdot m$
Coefficiente de temperatura de la resistividad. (α)	$-0,005 \text{ K}^{-1}$
Densidad. (ρ)	1050 kg/m^3

Los trabajadores permiten que la barrera suba una distancia $l = 25 \text{ m}$ por la apertura, de manera controlada, por lo que la parte correspondiente de agua que rellena la apertura se desborda y se pierde. Durante este proceso no se da un intercambio de energía térmica entre el gas y el agua, a través de la barrera móvil.

PREGUNTA A: Determine la presión que tenía la burbuja de gas antes de hacer la perforación. (3 puntos)

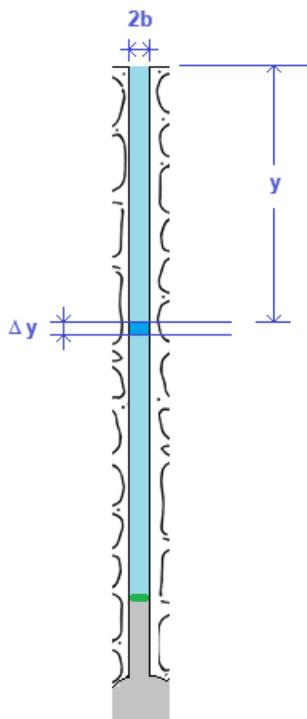
El gas comienza a recibir energía de parte de una vena volcánica cercana, debido a la perturbación en la zona. Exactamente después de que la barrera sube la distancia l mencionada anteriormente, la temperatura del gas a partir de ese momento permanece constante. Se empieza a dar un intercambio de energía entre el gas y el agua, por lo que se establece un gradiente lineal de temperatura a través de la columna de agua, si la temperatura ambiente en la superficie superior de la columna es $T_3 = 17,1 \text{ }^\circ\text{C}$, mientras que la temperatura en la parte inferior de la columna es igual a la temperatura del gas y se considera que la barrera permite un paso libre de la energía térmica.

PREGUNTA B: Escriba una expresión que represente la temperatura del fluido en función de la profundidad y con respecto al nivel del suelo. (1,5 puntos)

PREGUNTA C: Considere una porción pequeña de la columna de agua, de altura Δy , ubicada a una profundidad y , encuentre una expresión para la resistencia eléctrica ΔR que tendrá esta pequeña porción de agua en función de la profundidad y y la altura Δy de la porción. Considere que la resistividad eléctrica varía con la temperatura según:

$$r(T) = r_{ref} [1 + \alpha(T - T_{ref})],$$

donde r_{ref} es la resistividad eléctrica a una temperatura de referencia T_{ref} . (2 puntos)



PREGUNTA D: Grafique la razón a la cual cambia la resistencia eléctrica del fluido con respecto a la profundidad ($\Delta R/\Delta y$) en función de la profundidad y . (2 puntos)

PREGUNTA E: Determine la resistencia eléctrica que tendrá la columna de agua salada. (1,5 puntos)

PROBLEMA 2. TRANSITO PLANETARIO

El método del tránsito permite a los astrónomos la detección de planetas extrasolares, que se encuentran muy lejos como para ser detectados por un telescopio convencional.

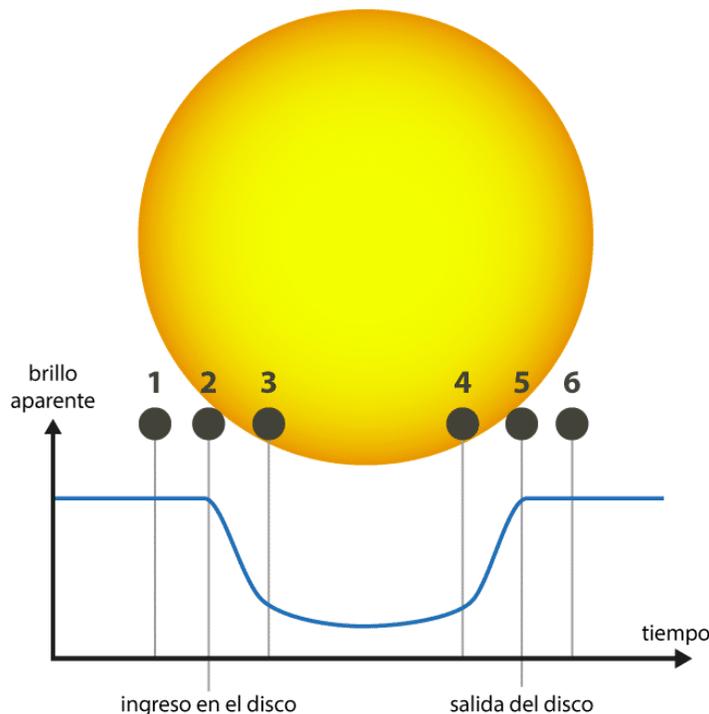


Figura 1. Tránsito planetario y curva luminosa. Esta figura no está a escala. Figura tomada de: <https://www.astrosirio.org>

Al pasar frente a su estrella, en un tránsito, el planeta opaca ligeramente la luz emitida por el astro, disminuyendo una pequeña fracción de su brillo cada vez que el planeta pasa frente a su estrella, esta fracción depende de la relación de las áreas del planeta y su estrella.

Por medio del telescopio espacial Kepler, se ha encontrado que la estrella HAT-P-7 (similar a nuestro Sol) tiene un radio de $1.386 \times 10^8 \text{ m}$ y una masa de $3.0 \times 10^{30} \text{ kg}$. La curva de luz del tránsito del exoplaneta HAT-P-7-b se muestra en la figura 2. Para simplicidad del problema se considera sólo la interacción de la estrella con un único planeta.

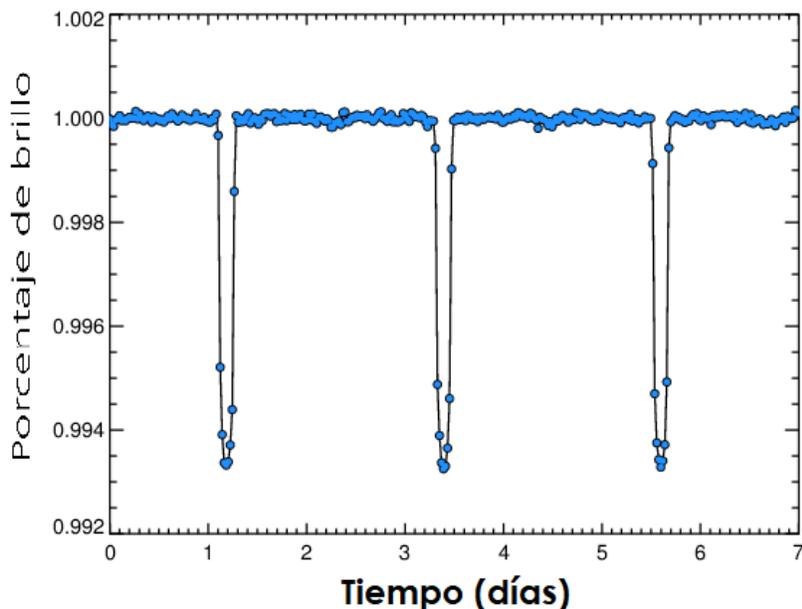


Figura 2. Curva de luz de la estrella HAT-P-7

PREGUNTA A: Utilizando los datos proporcionados por la figura 2. Determine el periodo de traslación del planeta alrededor de su estrella. (1 punto)

PREGUNTA B: Encuentre la distancia de la estrella al planeta. Compare su resultado con la distancia de la Tierra al Sol. (2 puntos)

PREGUNTA C: Calcule la velocidad tangencial del planeta, suponga que la órbita del planeta es circular (2 puntos)

PREGUNTA D: El planeta mientras orbita alrededor de su estrella, produce un pequeño bamboleo de la estrella alrededor del centro de masa del sistema estrella-planeta. La velocidad de este movimiento se puede medir por efecto Doppler, en este caso se conoce que la velocidad de la estrella es de 213 m/s, el Sistema Solar está en el mismo plano que la órbita del exoplaneta. Calcule la masa del planeta. (1 punto)

PREGUNTA E: ¿Cuál es el radio del exoplaneta? Compare con el radio de la Tierra y del planeta Júpiter. (1 punto)

PREGUNTA F: Encuentre la densidad del planeta. (1 punto)

PREGUNTA G: Si se conoce que la estrella HAT-P-7 emite su mayor cantidad de energía en la longitud de onda 449.7 nm. ¿Cuál es la temperatura superficial de la estrella? (1 punto)

PREGUNTA H: Determine la Temperatura de equilibrio del planeta. Asumiendo que se comporta como cuerpo negro. (1 punto)

$$G = 6.674 \times 10^{-11} N m^2 / kg^2$$

$$\text{Distancia Tierra - Sol} = 1.5 \times 10^{11} m$$

$$R_{\text{Tierra}} = 6.371 \times 10^6 m$$

$$R_{\text{Júpiter}} = 6.991 \times 10^7 m$$

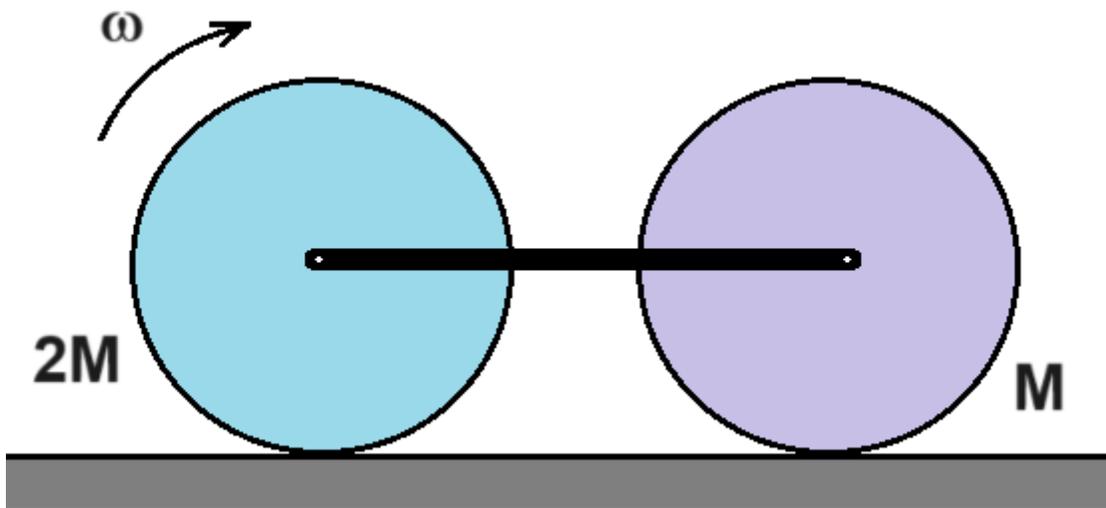
$$\text{Constante de Wien} = 2.90 \times 10^{-3} m K$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W / m^2 K^4$$

PROBLEMA 3.1. UN CARRITO QUE PATINA

Un carrito está conformado por dos discos sólidos de igual radio R , pero diferente masa, uno de ellos tiene el doble de masa que el otro, los ejes de giro de ambos discos están conectados mediante una barra rígida ligera, como se muestra en la figura. Los coeficientes de fricción estáticos y cinéticos entre ambos discos y el suelo tienen todo el mismo valor μ .

Inicialmente se toma el disco más pesado (el de la izquierda) y se acelera hasta una rapidez angular ω en dirección horaria según el dibujo, una vez alcanzada esa rapidez, el carrito se coloca en el suelo en reposo, con ese disco girando e inmediatamente se libera, desprecie la fricción en los ejes de los discos. La inercia rotacional de un disco sólido es $\frac{1}{2}MR^2$.

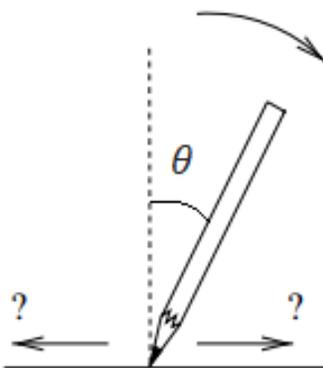


PREGUNTA A: Si el disco más liviano nunca patina y el disco pesado patina al inicio, cuando entra en contacto con el suelo, determine la aceleración de traslación del carrito mientras el disco pesado patina. (2,5 puntos)

PREGUNTA B: Calcule el trabajo total realizado sobre el carrito desde que se libera hasta que alcanza una rapidez constante. (2,5 puntos)

PROBLEMA 3.2. CAÍDA DE UN LÁPIZ

Un lápiz se coloca verticalmente sobre una mesa con la punta hacia abajo. Vamos a estudiar la relación entre la caída del lápiz y la dirección de movimiento de la punta del lápiz. Modele el lápiz como una varilla de largo L , y distribución de masa uniforme M y momento de inercia $\frac{1}{3}ML^2$. Al lápiz se le da un pequeño empujón que provoca su posterior caída.



PREGUNTA A: Encuentre una expresión para la fuerza normal sobre el lápiz en función del ángulo θ , mientras el lápiz no resbale. (2,5 puntos)

PREGUNTA B: Determine el coeficiente de fricción estático que permite que el lápiz no resbale para un ángulo θ_0 . (2,5 puntos)