Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Parte Teórica

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Problema 1

En un partido de futbol una jugadora J, que se encuentra a una distancia de 75 m del arco rival, observa que la arquera A del otro equipo se encuentra en el borde del área grande. Aprovechando esta situación patea el futbol de manera que este adquiere una velocidad de módulo igual a 30 m/s y que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Sabiendo que la altura del arco es de 2,44 m y suponiendo que la aceleración de la gravedad es igual a 10 m/s^2:

a) Determine la posición horizontal y vertical del futbol en función del tiempo.
b) Calcule la máxima altura que alcanza el futbol.
c) Determine si existe la posibilidad de que concrete el gol (haga todos los cálculos necesarios para justificar su respuesta).

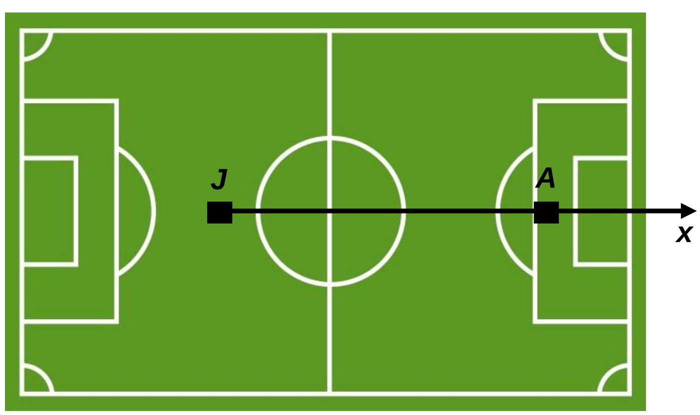
La arquera A, que está en el mismo plano en que se mueve la pelota, se encuentra a 15 m de la línea del arco. Un segundo después que la pelota es pateada reacciona y sale corriendo hacia el arco con una velocidad constante de 6 m/s. Calcule:

d) la posición de la arquera en función del tiempo
e) el tiempo que demoraría en llegar a la línea de gol; ¿logra llegar antes que la pelota?

La arquera, alta y de largos brazos, cuando salta es capaz de llegar a una altura de 3,2 m con sus manos.

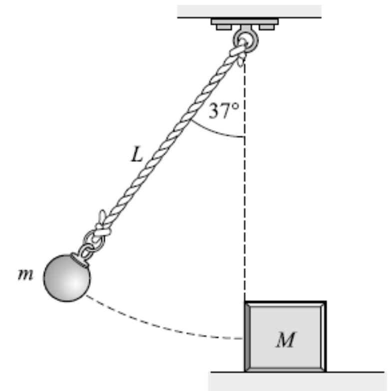
f) Determine si existe la posibilidad de que la arquera logre tomar la pelota antes de que traspase la meta.
g) En base a los cálculos previos ¿la jugadora logra convertir el gol? Justifique su respuesta.

Nota: Al eje horizontal lo denominamos x y su origen está donde está ubicada la jugadora J en el instante que patea. El eje vertical y es perpendicular al campo de juego y su origen está a nivel del piso.



Problema 2

Un péndulo de masa *m*, es liberado a partir del reposo desde una posición que forma un ángulo de 60° con la vertical y en el punto más bajo de su trayectoria impacta contra un bloque de masa $M = 3m$. Luego del choque el péndulo rebota y alcanza un ángulo máximo de 20°. El bloque *M*, después del choque, se desplaza una distancia horizontal *D* hasta que es frenado debido al rozamiento con la superficie horizontal ($\mu_d = 0.2$).



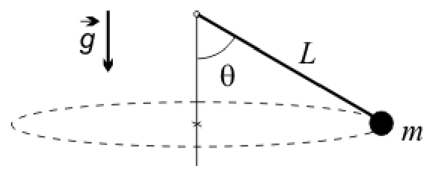
a) Calcule la velocidad del péndulo en el punto más bajo de la trayectoria
b) Calcule las velocidades del péndulo y del bloque inmediatamente después del choque.
c) Determine la distancia *D* que recorre la masa *M* hasta detenerse.
d) Determine si el choque entre *m* y *M* fue plástico, elástico o explosivo.

Datos: $m = 0{,}1$ kg; $L = 1$ m, $g = 10$ m/s^2.

Problema 3

Un péndulo cónico, como se muestra en la figura, está formado por una masa *m=0,1 kg* unida a una cuerda de masa despreciable y longitud *L= 1m*. La masa *m* describe una trayectoria circular uniforme con una velocidad angular constante ω.

a) Si la cuerda con la vertical forma un ángulo θ = *20º,* determine el valor de la tensión y la velocidad angular ω.
b) Si la cuerda puede soportar una tensión máxima de *5 N* antes de romperse, calcule cuál será el máximo ángulo que puede formar la cuerda con la vertical y el valor de ω para dicho ángulo.
c) Si se incrementa la velocidad angular de la masa aumentará el ángulo que forma la cuerda del péndulo con la vertical. Determine la variación de la energía mecánica del péndulo cuando el ángulo entre la cuerda y la vertical varía de *20º* a *40º*.



Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		
g)		

Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Parte Experimental

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Objetivo
Construcción y calibración de un densímetro.

Introducción
Un densímetro es un instrumento que permite medir la densidad relativa de un líquido. El densímetro consta de un cilindro hueco en cuyo interior se coloca una masa de manera tal que el mismo flote en posición vertical. En el costado del cilindro, el densímetro posee una escala graduada la cual indica el valor de densidad relativa del líquido bajo estudio.

Materiales

- Jeringa descartable
- Plastilina
- Agua
- Alcohol
- Aceite de cocina
- Sal
- Recipiente

Construcción y calibración del densímetro
Retire el embolo de la jeringa y tape el orificio donde se inserta la aguja con la plastilina. Coloque agua en el recipiente e introduzca la jeringa. Agregue agua en el interior de la jeringa hasta que la misma quede flotando en posición vertical.

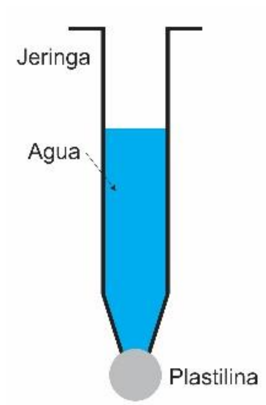


Figura 1. Esquema del densímetro

Marque en la jeringa el nivel del agua del recipiente y asigne a esta marca la densidad igual a $1\ g\ cm^{-3}$.
Introduzca el densímetro en un recipiente con alcohol, marque el nivel de alcohol en la jeringa y asigne a esta marca la densidad igual a $0{,}8\ g\ cm^{-3}$.

Actividades

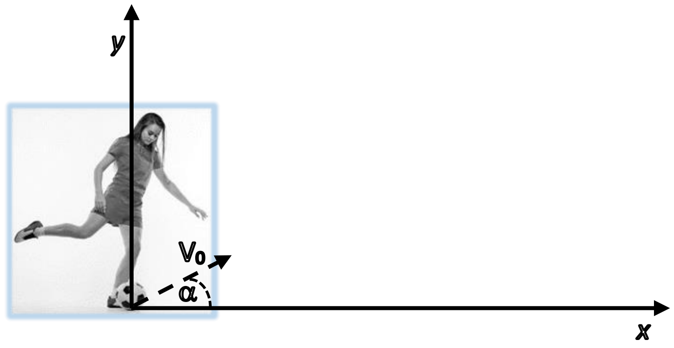
1. Plantee la situación teórica, indicando las fuerzas que actúan sobre el densímetro cuando este se encuentra sumergido en un líquido de densidad ρ.
2. Encuentre la relación teórica entre la densidad del líquido y el volumen del densímetro sumergido. Suponga que el densímetro tiene una sección circular uniforme.
3. Mida con su densímetro la densidad relativa del aceite de cocina y de cinco (5) soluciones de agua con sal.

Problema Experimental
Hoja de respuestas.

Primera Parte

Inciso		Puntaje
1)		
2)		
3)		

Problema 1



V_0 = 30 m/s α *= 30°* *g = 10 m/s²*

a) $x_f(t) = V_0 \cos(\alpha)\ t$ $y_f(t) = V_0\ sen(\alpha)\ t - \frac{1}{2}\ g\ t^2$

Las funciones están referidas al sistema de coordenadas mostrado en la figura y consideramos que *t = 0 s* el instante en que la jugadora patea el futbol.

b) En el instante que el futbol alcanza su máxima altura (t_m) la componente vertical de la velocidad es cero.
$V_{fy}(t_m) = V_0\ sen(\alpha)\ t_m - g\ t_m = 0$ y obtenemos $t_m = 1{,}5\ s$

La máxima altura que alcanza el futbol es $y_f(t_m) = 11{,}25\ m$

c) Para que sea posible que se concrete el gol el futbol tiene llegar a la línea de meta y la altura a la que se encuentre tiene que ser mayor a 0 m (piso) y menor a 2,44 m (altura del arco).
Primero calculemos en qué instante de tiempo el futbol llega a la línea del arco.

$x_f(t_f) = V_0 \cos(\alpha)\ t_f = 75\ m$, resolviendo obtenemos $t_f = 2{,}887\ s$.

La altura a la que se encuentra el futbol en t_f es $y_f(t_f) = V_0\ sen(\alpha)\ t_f - \frac{1}{2}\ g\ t_f^2 = 1{,}635\ m$

Por lo tanto, es factible que se concrete el gol.

d) La arquera se encuentra a 60 m del lugar de donde patean el futbol y parte con una velocidad constante $V_a = 6\ m/s$ un segundo después que parte la pelota.

$x_a(t) = V_a\ (t - 1s) + 60\ m$

e) El instante t_1 en que la arquera llega a la línea del arco es

$x_a(t_1) = V_a\ (t_1 - 1s) + 60\ m = 75\ m$, entonces $t_1 = 3{,}5\ s$

Por lo tanto, el futbol llega al arco antes que la arquera.

f) La única posibilidad de que la arquera ataje el futbol es que cuando él pase justo encima de ella salte para atraparla. En el instante t_e en que el futbol pasa sobre la arquera se cumple:

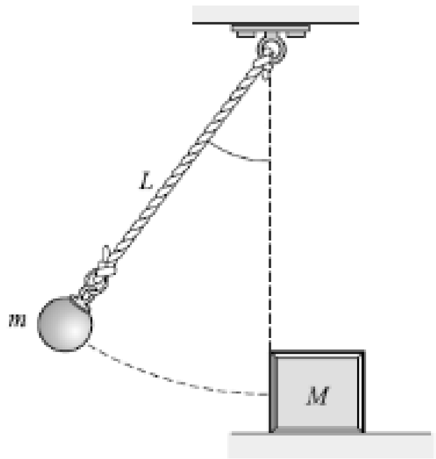
$x_a(t_e) = x_f(t_e)$. Resolviendo esta ecuación obtenemos $t_e = 2{,}703\ s$.

La altura del futbol en $t = t_e$ es $y_f(t_e) = 4{,}019\ m$

g) Como la arquera puede saltar hasta una altura máxima de 3,2 m no logra atrapar la pelota. Por lo tanto, se convierte el gooooooool**lllllllllll**!!!!!!!!!!!!!!!!!

a	$x_f(t) = V_0 \cos(\alpha)\ t$ $y_f(t) = V_0\ sen(\alpha)\ t - \frac{1}{2}\ g\ t^2$	2 ptos.
b	11,25 m	1 pto.
c	<u>Si</u>	2 ptos.
d	$x_a(t) = V_a\ (t - 1s) + 60\ m$	2 ptos.
e	3,5 s	1 pto.
f	No	1,5 ptos.
g	Si	0,5 ptos.

Problema 2



Datos: $m = 0{,}1$ kg; $M = 3m$; $L = 1$ m; $g = 10$ m/s^2, $\mu_d = 0.2$, $\alpha_i = 60°$, $\alpha_f = 20°$; $v_{Mi} = 0$ m/s

a) Por conservación de la energía, y midiendo las alturas a partir de la superficie horizontal, podemos plantear:

$$E_{mi} = m\ g\ (L - L\cos(\alpha_i)) = \frac{1}{2}\ m\ v_{mi}^2$$

Entonces, la velocidad con la que la masa *m* llega al punto más bajo de la trayectoria es $v_{mi} = 3{,}162$ m/s.

b) En el choque se conserva el momento lineal. Primero calcularemos la velocidad de la masa *m* después del choque.

$$E_{mf} = m\ g\ \left(L - L\cos\left(\alpha_f\right)\right) = \frac{1}{2}\ m\ v_{mf}^2$$

Por lo tanto, la velocidad de la masa *m* después del choque, y teniendo en cuenta de que se mueve en dirección opuesta a la inicial, es $v_{mf} = -1{,}098$ m/s.

Planteando la conservación del momento lineal, y teniendo en cuenta que la masa *M* inicialmente estaba en reposo, podemos escribir

$$m\ v_{mi} = m\ v_{mf} + M\ v_{Mf}$$

Entonces, la velocidad de la masa *M* inmediatamente después del choque es $v_{Mf} = 1{,}42$ m/s.

c) Sabemos que la variación de la energía cinética es igual al trabajo de las fuerzas externas. Como la superficie es horizontal la fuerza peso y la normal no hacen trabajo; por lo tanto, la única fuerza que hace trabajo es la fuerza de rozamiento dinámica. La expresión del módulo de la fuerza de rozamiento es $F_{rd} = \mu_d\ M\ g$. Luego de recorrer la distancia *D* la masa M se detiene, por tanto, podemos escribir:

$$-\frac{1}{2} M\ v_{Mf}^2 = -\mu_d\ M\ g\ D$$

Entonces la distancia que la masa *M* recorre hasta detenerse es $D = 0{,}504$ m.
Este ítem también puede calcularse utilizando cinemática teniendo en cuenta que el movimiento es uniformemente acelerado con $a = -\mu_d\ g$.

$$v_M(t) = v_{Mf} - \mu_d\ g\ t$$

$$x_M(t) = v_{Mf}\ t\ - \frac{1}{12}\mu_d\ g\ t^2$$

Cuando haya recorrido la distancia *D* la masa *M* se detendrá, entonces $v_M(t_f) = 0$. Calculando obtenemos $t_f = 0{,}71\ s$. Por lo tanto $D = x_M(t_f) = 0{,}504\ m$

d) La energía inicial del sistema antes del choque era:

$$E_i = \frac{1}{2}\ m\ v_{mi}^2 = 0{,}5\ J$$

La energía del sistema inmediatamente después del choque es:

$$E_f = \frac{1}{2}\ m\ v_{mf}^2\ + \frac{1}{2}\ M\ v_{Mf}^2 = 0{,}363\ J$$

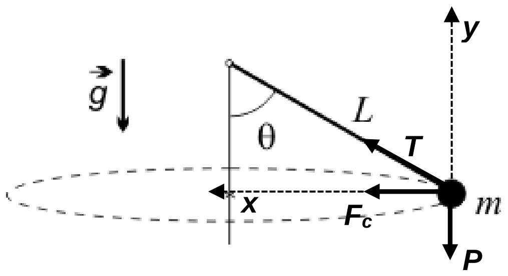
Como se ha perdido energía el choque es plástico.

a	3,162 m/s	3 ptos.
b	1,42 m/s	3 ptos.
c	0,504 m	3 ptos.
d	Plástico	1 pto.

Problema 3

Nota: debido a que omitimos indicar en el enunciado que debían tomar g = 10 m/s² daremos los resultados también suponiendo g = 9,8 m/s² los cuales se pondrán entre paréntesis.

a) Las fuerzas que están actuando sobre la masa *m* son la tensión (*T*) y el peso (*P*). La fuerza resultante será la fuerza centrípeta (F_C) necesaria para que la masa *m* realice el movimiento circular.



Descomponiendo las fuerza tenemos :

Eje x:

$$T\,\mathrm{sen}(\theta) = m\,\omega^2\,r$$

Eje y:

$$T\cos(\theta) - mg = 0$$

Estas son dos ecuaciones que nos permitirán determinar los valores de *T* y ω. Teniendo en cuenta que $m = 0{,}1$ kg, $L = 1$m, $\theta = 20°$, $r = L\,\mathrm{sen}(\theta)$ y $g = 10$ m/s², obtenemos:

$T = \frac{m\,g}{\cos(\theta)} = 1{,}064\,N$ (*1,043 N*)

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\mathrm{L}\cos(\theta)}} = 3{,}262\,s^{-1}$ (*3,229* s^{-1})

b) Si la tensión máxima es $T_m = 5\,N$ el ángulo máximo que puede formar la cuerda del péndulo con la vertical verifica:

$$\cos(\theta_m) = \frac{m\,g}{T_m}$$

Resolviendo obtenemos θ_m = *78° 27' 47*". (*78° 41' 49"*)

Tenemos que

$$\omega_m = \sqrt{\frac{T_m}{m\,L}} = 7{,}071\,s^{-1}$$

c) Teniendo en cuenta que $\theta_i = 20°$ y $\theta_f = 40°$, las correspondientes velocidades angulares son.

$\omega_i = \sqrt{\frac{g}{\mathrm{L}\cos(\theta_i)}} = 3{,}262\,s^{-1}$ (*3,229* s^{-1})

$$\omega_f = \sqrt{\frac{g}{\mathrm{L}\cos(\theta_f)}} = 3{,}613\ s^{-1} \qquad (3{,}577\ s^{-1})$$

Las energías cinéticas inicial y final serán.

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} m\,(\omega_i\ L\ sen(\theta_i))^2 = 0{,}0622\ J \qquad (0{,}0610\ J)$$

$$E_{Cf} = \frac{1}{2} m\,(\omega_f\ L\ sen(\theta_f))^2 = 0{,}2697\ J \qquad (0{,}2643\ J)$$

Entonces la variación de la energía cinética es: $\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = 0{,}2075\ J$ $(0{,}2033\ J)$

La variación de la energía potencial será $\Delta E_P = m\ g\ \Delta h$ donde $\Delta h = L\ (\cos(\theta_i) - \cos(\theta_f)) = 0{,}174\ m.$

Por lo tanto $\Delta E_P = 0{,}1736\ J$ $(0{,}1702\ J)$

La variación total de la energía es $\Delta E = 0{,}3811\ J$ $(0{,}3735\ J)$

a	T = 1,064 N (1,043 N) $\omega = 3{,}262\ s^{-1}$ $(3{,}229\ s^{-1})$	3,5 ptos.
b	78° 27’ 47” (78° 41’ 49”)	3 ptos.
c	0,3811 J (0,3735 J)	3,5 ptos.

Hoja de Respuesta

<table>
<tr><td>Inciso</td><td></td><td>Puntaje</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>Las fuerzas que actúan sobre el densímetro, de masa M, cuando este está parcialmente sumergido en un líquido de densidad ρ son,
$$\vec{P} = -Mg\hat{\jmath}$$
$$\vec{E} = V_s g\rho\hat{\jmath}$$</td><td>2 ptos</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>La relación entre la densidad del líquido y el volumen sumergido ($V_s = V_0 + Ah$) es
$$\frac{1}{\rho} = \frac{V_0}{M} + \frac{A}{M}h$$</td><td>2 ptos</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>Densidades calculadas ρ_c a partir de las mediciones realizadas y de la calibración obtenida.
<table>
<tr><td>Líquido</td><td>$h\ (mm)[\pm 1mm]$</td><td>$\rho(g\ cm^{-3})$</td><td>$\rho_c(g\ cm^{-3})$</td><td>$\sigma\rho_c(g\ cm^{-3})$</td></tr>
<tr><td>Agua</td><td>60</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Alcohol</td><td>78</td><td>0,8</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aceite</td><td>67</td><td></td><td>0,9</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>S. 1 cda Sal</td><td>58</td><td></td><td>1,0</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>S. 3 cda Sal</td><td>56</td><td></td><td>1,1</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>S. 5 cda Sal</td><td>53</td><td></td><td>1,1</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>S. 7 cda Sal</td><td>51</td><td></td><td>1,1</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>S. 9 cda Sal</td><td>49</td><td></td><td>1,2</td><td>0,3</td></tr>
</table></td><td>16 ptos</td></tr>
</table>

Puntaje inciso 3: Construcción del densímetro: 2 ptos.
Calibración del densímetro: 2 ptos.
Mediciones de la densidad del Aceite y de 5 soluciones de agua con sal: 12 ptos.

Solución Experimental

Construcción y calibración del densímetro

Utilizando los materiales listados, se construyo el densímetro que se muestra en la figura 1.

Figura 1. Densímetro construido con los materiales listados.

Se sumergió el densímetro en agua y en alcohol, y se marcó el nivel de cada líquido en el mismo como se muestra en la figura 2.

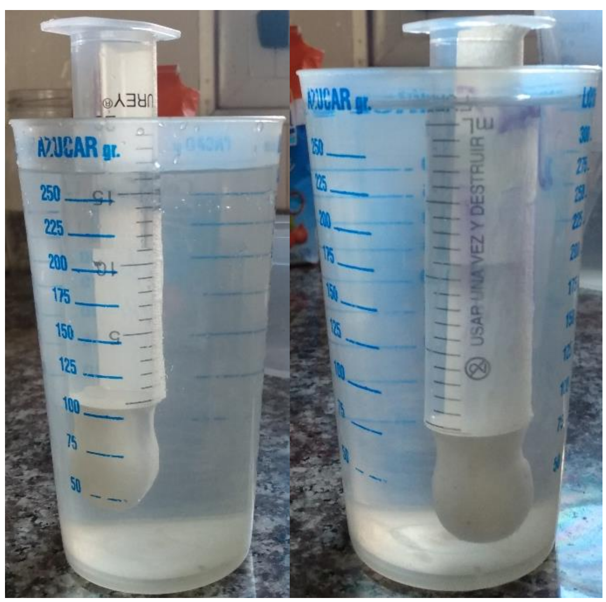


Figura 2. Densímetro sumergido en agua (izquierda) y en alcohol (derecha).

Actividades

1. Cuando un cuerpo de masa M se encuentra parcialmente sumergido en un líquido de densidadρ, las fuerzas que actúan sobre el mismo son la fuerza peso ($\vec{P}$) y el empuje del líquido sobre el cuerpo ($\vec{E}$),

$$\vec{P} = -Mg\hat{j} \tag{1}$$

$$\vec{E} = V_s g\rho\hat{j} \tag{2}$$

Donde se eligió al sistema de coordenada con el eje y apuntando hacia arriba (ver figura 3) y dondeV_s es el volumen del cuerpo sumergido.

2. Si el sistema está en equilibrio, la suma de las fuerzas actuando sobre el cuerpo es cero

$$\vec{P} + \vec{E} = 0 \tag{3}$$

$$M = V_s\rho \tag{4}$$

Para este caso, al densímetro se lo puede modelar como un tubo de sección A constante más un volumen V_0 como se muestra en la figura 3.

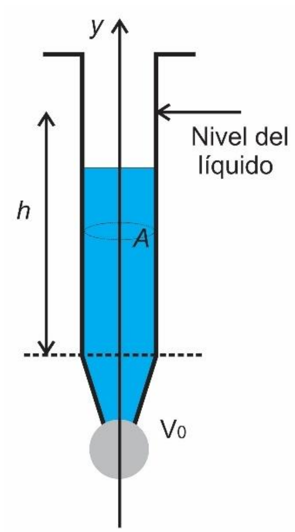


Figura 3. Modelo del densímetro.

Luego,

$$M = (V_0 + Ah)\rho \tag{4}$$

Donde h es la longitud del tubo sumergida. Finalmente,

$$\frac{1}{\rho} = \frac{V_0}{M} + \frac{A}{M}h \tag{5}$$

3.

Tabla I. Longitud h medida con el densímetro.

Líquido	$h\ (mm)[\pm 1mm]$	$\rho(g\ cm^{-3})$	$\rho^{-1}(g^{-1}\ cm^{3})$
Agua	60	1	1
Alcohol	78	0,8	1,25
Aceite	67		
S. 1 cda Sal	56		
S. 3 cda Sal	54		
S. 5 cda Sal	53		
S. 7 cda Sal	51		
S. 9 cda Sal	49		

Nota: S. hace referencia a una solución de 250 cc de agua con el número de cucharadas de sal indicadas en la Tabla I.

En la Tabla I se reportan los valores de h medidos para el aceite de cocina y para 5 soluciones de agua con sal, junto con los valores de densidad usados para la calibración del densímetro (agua y alcohol).

De la ecuación (5) se puede definir como variable dependiente $y = h$ y como variable independiente a

$$x = \frac{1}{\rho} \tag{6}$$

Luego

$$y = a + m\,x \tag{7}$$

Donde

$$a = -\frac{V_0}{A} \tag{8}$$

$$m = \frac{M}{A} \tag{9}$$

De los puntos usados para la calibración (agua y alcohol) se puede obtener que

$$m = (72 \pm 8)\frac{cm^3\ mm}{g}$$
$$a = (-12 \pm 9)mm$$

Para el cálculo de la incertidumbre se usó los valores extremos teniendo en cuenta la incertidumbre de los puntos medidos.

A partir de la ecuación (7) se puede despejar la densidad en función de h.
En la Tabla II se reportan las densidades calculadas ρ_c a partir de las mediciones de h realizadas y de la calibración obtenida.

Tabla II. Densidades calculadas ρ_c a partir de las mediciones realizadas y de la calibración obtenida.

Líquido	$h\ (mm)[\pm 1mm]$	$\rho(g\ cm^{-3})$	$\rho_c(g\ cm^{-3})$	$\sigma\rho_c(g\ cm^{-3})$
Agua	60	1		
Alcohol	78	0,8		
Aceite	67		0,9	0,2
S. 1 cda Sal	58		1,0	0,3
S. 3 cda Sal	56		1,1	0,3
S. 5 cda Sal	53		1,1	0,3
S. 7 cda Sal	51		1,1	0,3
S. 9 cda Sal	49		1,2	0,3

Nota: Las incertidumbres de ρ_c se obtuvieron utilizando lo siguiente

$$\frac{\sigma\rho_c}{\rho_c} = \frac{\sigma m}{m} + \frac{\sigma a}{h-a} + \frac{\sigma h}{h-a} \qquad (10)$$