Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Parte Teórica

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Problema 1

Una plataforma móvil, que transporta un cohete experimental no tripulado, se desplaza horizontalmente con una velocidad constante de 5 m/s. En un momento dado se encienden los motores lo que genera que el cohete tenga una aceleración de 20 m/s^2, hacia arriba, respecto a la plataforma. Cuando el cohete llega a 490 m de altura, debido a un problema técnico, se apagan los motores. Considerando que el módulo de la aceleración de la gravedad es de 10 m/s^2, despreciando el rozamiento con el aire y considerando que la plataforma móvil está a nivel del suelo.

a) Respecto a un sistema fijo a tierra escriba la posición horizontal y vertical del cohete en función del tiempo desde que parte hasta que se apagan los motores.
b) Calcule cuál es la máxima altura que alcanza el cohete.
c) Determine las componentes del vector velocidad del cohete cuando golpea con el piso.
d) Calcule el desplazamiento horizontal que ha tenido el cohete.

Problema 2

Una partícula de masa *M* está unida a una cuerda inextensible y de masa despreciable. La partícula gira realizando un movimiento circular uniforme y describe un círculo de radio *R* sobre una mesa horizontal y sin rozamiento. El otro extremo de la cuerda, al cual se le ha atado una pesa de masa *m*, pasa por un orificio practicado en el centro de la mesa (ver figura 1). La pesa permanece en equilibrio estático mientras la partícula gira alrededor del orificio.

a) Indique todas las fuerzas que obran sobre cada una de las masas y calcule el módulo de fuerza radial que actúa sobre la partícula que gira.
b) ¿Cuál es el módulo de la velocidad con que gira la partícula?

Suponga que la partícula gira con velocidad v_0 sobre la misma trayectoria circular (de radio *R*), pero se quita la pesa *m* y ahora un agente externo tira la cuerda lentamente hacia abajo, lo que disminuye el radio del círculo al valor $r < R$ (ver figura 2).

c) Indique qué magnitudes físicas se conservan mientras el agente externo actúa.
d) Determine el módulo de la velocidad de la partícula cuando el radio de giro es *r*.
e) Calcule el trabajo realizado por el agente externo al mover la partícula desde el radio inicial hasta r = 10 cm.

Datos: M = 200 g, m = 100 g, R = 20 cm y g = 10 m/s^2

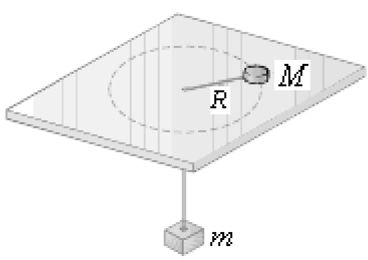


Figura 1

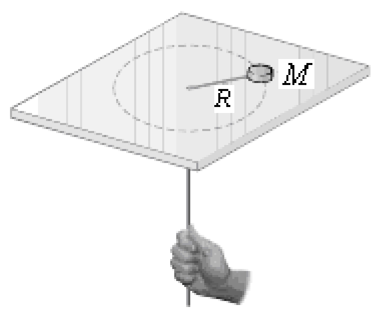


Figura 2

Problema 3

En la figura se muestra un juego para niños donde el objetivo es que una esfera recorra todo el circuito, incluido el semicírculo, sin despegarse del mismo. Para ello se presiona la esfera contra el resorte, comprimiéndolo una cierta longitud Δx, y luego se lo libera. Suponiendo que no existe rozamiento entre la esfera y la superficie determine:

a) Cuál será la velocidad de la pelota en el punto A del semicírculo si al resorte se lo comprime una longitud $\Delta x = 14\ cm$.
b) Cuál debería ser la mínima velocidad que debe tener la esfera en el punto A para lograr el objetivo de que recorra todo el circuito. Con las condiciones descriptas en el ítem a) ¿se tiene éxito en el juego?
c) La expresión de la fuerza que ejerce la superficie del semicírculo (fuerza normal) sobre la esfera en función del ángulo θ y la velocidad v_B que tiene la esfera en el punto B del semicírculo.
d) En qué posición angular θ_C la esfera se despegará del semicírculo si se comprime el resorte una longitud $\Delta x = 10\ cm$

Datos

Masa de la esfera m = 200 g
Constante del resorte K = 320 N/m
Radio del semicírculo R = 0,5 m
Aceleración de la gravedad g = 10 m/s^2.

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		

Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Parte Experimental

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

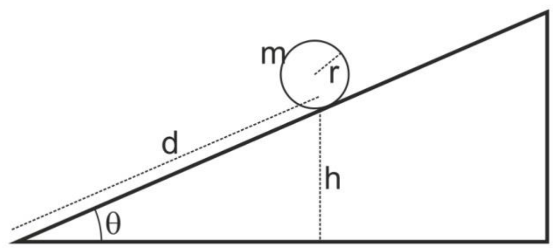
- Escriba en un solo lado de las hojas.

Radio de Giro

La energía cinética de un cuerpo rígido es,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \tag{1}$$

donde v es la velocidad del centro de masa, ω es la velocidad angular y m e I_{CM} son la masa y el momento de inercia respecto del centro de masa del cuerpo, respectivamente.
Considere un cilindro de radio r y masa m ubicado sobre un plano inclinado (ver la figura).
Suponga que inicialmente el cuerpo está en reposo en la posición que se indica en la figura.



Si se libera al cilindro, permitiendo que descienda "rodando sin deslizar" ($v = r\,\omega$) por el plano inclinado, la conservación de la energía mecánica se puede escribir de la forma:

$$mg[h + rcos(\theta)] = \frac{1}{2}\frac{(mgr)^2}{(I_{CM}+mr^2)}\frac{h^2}{d^2}t^2 + mgrcos(\theta) \tag{2}$$

donde g la aceleración de la gravedad, h es la altura que se indica en la figura y t el tiempo en el que el cilindro recorre la distancia d indicada en la figura.
Luego, se puede escribir,

$$h = \frac{2d^2}{g}\left(\frac{r_g^2}{r^2} + 1\right)\frac{1}{t^2} \tag{3}$$

donde $r_g = \sqrt{\frac{I_{CM}}{m}}$ es el radio de giro.

Objetivo

- Determinar el radio de giro r_g de un cuerpo cilíndrico

Materiales

- Cuerpo cilíndrico (lata de durazno, lata de atún, pila, frasco, etc.).
- Plano inclinado (madera, carpeta de cartón, etc.).
- Cronómetro.
- Regla.
- Papel.

Procedimiento

a) Determine el perímetro p del cuerpo cilíndrico.
b) A partir de la medición de p, determine r.

c) En el plano inclinado, marque una distancia d (mayor o igual a $2\,p$).

d) Para una altura h (ver figura), mida el tiempo t en el cual el cuerpo cilíndrico recorre la distancia d. Repita la medición al menos 5 (cinco) veces.

e) Repita el punto c) para al menos 5 (cinco) valores diferentes de h.

f) A partir de las magnitudes medidas y de la ecuación 3, elija dos variables (x e y) de manera tal de obtener una relación lineal entre las mismas.

g) Realice un gráfico de las variables elegidas.

h) Haga un ajuste lineal de los puntos graficados, y determine la pendiente y la ordenada al origen.

i) A partir de la ecuación 3 y de los valores obtenidos del ajuste, determine el radio de giro r_g del cuerpo cilíndrico.

Problema Experimental
Hoja de respuestas.

Primera Parte

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		
g)		
h)		
i)		

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Soluciones y Puntajes

<u>Problema Teórico 1</u>

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$x(t) = 5\frac{m}{s}t$ $y(t) = 10\frac{m}{s^2}t^2$	3 ptos.
b)	*H = 1470 m*	3 ptos.
c)	$v_x(38{,}146\ s) = 5\ \frac{m}{s}$ $v_y(38{,}146\ s) = -171{,}464\ \frac{m}{s}$	2 ptos.
d)	*d = 190,732 m*	2 ptos.

Problema Teórico 1 - Solución

a) *Respecto a un sistema fijo a tierra escriba la posición horizontal y vertical del cohete en función del tiempo desde que parte hasta que se apagan los motores.*

Considerando $t = 0$ al instante en que se encienden los motores del cohete, que $v_P = 5\,m/s$ es la velocidad horizontal de la plataforma y $a_C = 20\,m/s^2$ es la aceleración vertical del cohete mientras estén en funcionamiento los motores, las funciones de movimiento son:

Dirección horizontal:

$$x(t) = v_P\, t$$

$$x(t) = 5\,\frac{m}{s}\, t$$

Dirección vertical:

$$y(t) = \frac{1}{2}\, a_C\, t^2$$

$$y(t) = 10\,\frac{m}{s^2}\, t^2$$

La expresión de la posición vertical es válida en el intervalo de tiempo [0 s, 7 s] que están encendidos los motores.

b) *Calcule cuál es la máxima altura que alcanza el cohete:*

La expresion de la velocidad en función del tiempo mientras están encendido los motores es:

$$v_y(t) = a_C\, t$$

$$v_y(t) = 20\,\frac{m}{s^2}\, t$$

La velocidad del cohete en el momento en que se apagan los motores es $v_y(7s) = 140\,m/s$.

Las expresiones de la velocidad y posición verticales para tiempos superiores a los 7 segundos son:

$$v_y(t) = 210\,\frac{m}{s} - g\,t$$

$$y(t) = -1225\,m + 210\,\frac{m}{s}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

A partir de estas expresiones podemos determinar que la velocidad se anula en *t = 21 s* y entonces alcanza una altura máxima de *1470 m*.

c) Determine las componentes del vector velocidad del cohete cuando golpea con el piso.

A partir de las expresiones mostradas en el punto b) podemos calcular que el cohete llega al piso en $t = 38{,}146\ s$ y por lo la componente horizontal del vector velocidad es *5 m/s* y la componente vertical es *-171,464 m/s*

d) Calcule el desplazamiento horizontal que ha tenido el cohete.

Teniendo en cuenta la expresión para la posición horizontal dada en el ítem a) el desplazamiento horizontal del cohete es $d = 190{,}732\ m$.

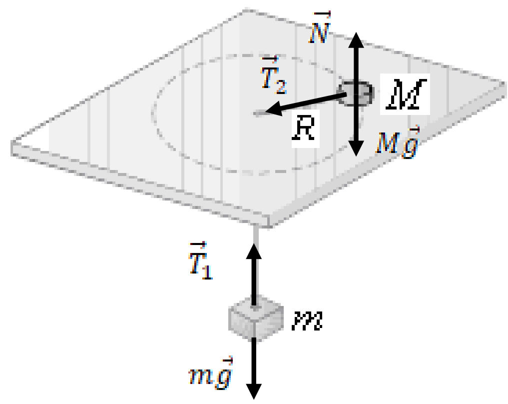
Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	Ver gráfico en la resolución $\left\|\vec{T}_2\right\| = 1\ N$	2 ptos.
b)	$v_0 = 1\ m/s$	2 ptos.
c)	Momento angular respecto al centro del círculo	2 ptos.
d)	$v = \frac{R}{r}\, v_0$	2 ptos.
e)	$\Delta E = 0{,}3\ J$	2 ptos.

Problema Teórico 2 - Solución

a) *Indique todas las fuerzas que obran sobre cada una de las masas y calcule el módulo de la fuerza radial que actúa sobre la partícula que gira.*



$$|\vec{T}_2| = |\vec{T}_1| = mg$$

$$|\vec{T}_2| = 1\ N$$

b) *¿Con qué velocidad gira la partícula?*

Como el sistema está en equilibrio $|\vec{T}_1| = m\,g$; además $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = M\,\frac{{v_0}^2}{R}$. Entonces la masa *M* gira a una velocidad de $v_0 = 1\,m/s$.

c) *Indique qué cantidades físicas se conservan mientras el agente externo actúa.*

La única magnitud física que se conserva es el momento angular respecto a un centro de momento ubicado en el orificio por donde pasa la cuerda.

d) *Determine la velocidad de la partícula cuando el radio es r.*

El módulo del momento angular es:

$$|\vec{L}| = M\ R\ v_0 = M\ r\ v$$

Entonces

$$v = \frac{R}{r}\ v_0$$

e) *Calcule el trabajo realizado por el agente externo al mover la partícula desde el radio inicial hasta r = 10 cm.*

El trabajo realizado por el agente externo será igual a la variación de la energía cinética de la masa *M*. Por lo tanto, el trabajo realizado será *0,3 J*.

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$v_A = 3{,}370\ m/s$	2 ptos.
b)	$v_{(\text{min})} = \sqrt{R\ g} = 2{,}236\ m/s$	3 ptos.
c)	$N = m\ \frac{v_B^2}{R} + m\ g\ [3\cos(\theta) - 2]$	3 ptos.
d)	$\theta_C = 113{,}578°$	2 ptos.

Problema Teórico 3 - Solución.

a) *Cuál será la velocidad de la pelota en el punto A del semicírculo si al resorte se lo comprime una longitud* $\Delta x = 14\ cm$.

Haciendo uso de la conservación de la energía mecánica de la esfera resulta $v_A = 3{,}370\ m/s$

b) *Cuál debería ser la mínima velocidad que debe tener la esfera en el punto A para lograr el objetivo de que recorra todo el circuito. Con las condiciones descriptas en el ítem a) ¿se tiene éxito en el juego?*

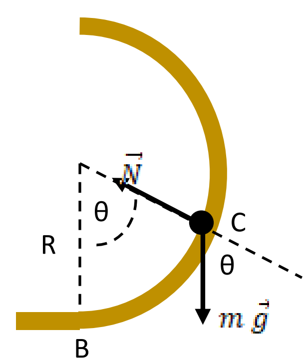
En el punto A las fuerzas que actúan sobre la esfera son el peso y la normal de la superficie. En esa posición ambas fuerzas son perpendiculares a la superficie y por lo tanto las responsables de generar la aceleración centrípeta de la esfera. En esa posición ambas fuerzas son paralelas, por lo tanto, podemos escribir:

$$N + m\,g = m\,\frac{v_A^2}{R}$$

Entonces la mínima velocidad será cuando *N* = *0*. Es decir $v_{(\min)} = \sqrt{R\,g} = 2{,}236\ m/s$
Como vemos la velocidad calculada en el punto a) es mayor a esta velocidad mínima, entonces se tuvo éxito en el juego.

c) *La expresión de la fuerza que ejerce la superficie del semicírculo (fuerza normal) sobre la esfera en función del ángulo* θ *y la velocidad* v_B *que tiene la esfera en el punto B del semicírculo.*

Nos interesa analizar sólo las componentes en la dirección radial que son las responsables de generar la aceleración centrípeta del movimiento circular. Las componentes tangenciales nos darían información de la aceleración tangencial.



$$N - m\,g\cos(\theta) = m\,\frac{v_C^2}{R}$$

Además, teniendo en cuenta la conservación de la energía mecánica podemos escribir.

$$\frac{1}{2}\,m\,v_c^2 + m\,g\,R\,[1-\cos(\theta)] = \frac{1}{2}\,m\,v_B^2$$

A partir de estas expresiones obtenemos:

$$N = m\,\frac{v_B^2}{R} + m\,g\,[3\cos(\theta) - 2]$$

d) En qué posición angular θ_C la esfera se despegará del semicírculo si se comprime el resorte una longitud $\Delta x = 10\ cm$

La esfera se despegará del circuito cuando *N* = *0*. Entonces

$$\cos(\theta_C) = \frac{1}{3}[2 - \frac{v_B^2}{g\,R}]$$

Si el resorte se comprime una longitud $\Delta x = 10\ cm$, entonces $v_B = 4\ m/s$. Por lo tanto $\cos(\theta_C) = -0{,}4$ y $\theta_C = 113{,}578°$. Como es intuitivo el ángulo debe ser mayor a 90°.

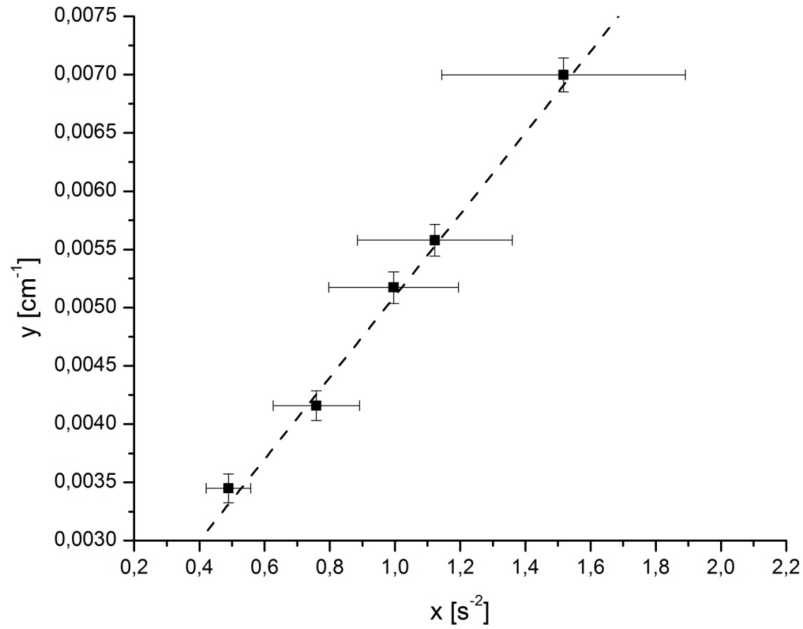
Problema Experimental

Hoja de Respuesta

<table>
<tr><td>Inciso</td><td></td><td>Puntaje</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>$p = (31{,}4 \pm 0{,}1)cm$</td><td>1 pto</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$r = (5{,}00 \pm 0{,}02)\ cm$</td><td>0,75 ptos</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Para quiénes marcaron la distancia pedida en el ítem.</td><td>0,25 ptos</td></tr>
<tr><td>d)
y
e)</td><td>
<table>
<tr><td>$h\ [cm]$
$\pm 0{,}1\ cm$</td><td>$t\ [s]$
$\pm 0{,}1\ s$</td><td>$\bar{t}[s]$
$\pm 0{,}1\ s$</td><td>$x\ [s^{-2}]$</td><td>$\Delta x\ [s^{-2}]$</td><td>$y\ [cm^{-1}]$</td><td>$\Delta y\ [cm^{-1}]$</td></tr>
<tr><td>3,4</td><td>1,4</td><td>1,4</td><td>0,49</td><td>0,07</td><td>0,0034</td><td>0,0001</td></tr>
<tr><td></td><td>1,5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4,1</td><td>1,2</td><td>1,1</td><td>0,8</td><td>0,1</td><td>0,0042</td><td>0,0001</td></tr>
<tr><td></td><td>1,2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5,1</td><td>1,1</td><td>1,0</td><td>1,0</td><td>0,2</td><td>0,0052</td><td>0,0001</td></tr>
<tr><td></td><td>1,0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1,0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>4 ptos</td></tr>
</table>

	1,0					
	1,0					
5,5	0,9	0,9	1,1	0,2	0,0056	0,0001
	0,9					
	1,0					
	0,9					
	1,0					
6,9	0,8	0,8	1,5	0,4	0,0070	0,0001
	0,8					
	0,8					
	0,8					
	0,8					

f)	$x = \frac{1}{t^2}$ $y = \frac{d}{h^2}$ Los valores de estas variables y sus errores están reportados en la tabla.	4 ptos
g)		4 ptos

		
h)	$m = (35 \pm 1)10^{-4}\ cm^{-1}\ s^2$ $b = (16 \pm 1)10^{-4}\ cm^{-1}$	4 ptos
i)	$r_g = (4{,}2 \pm 0{,}2)cm$	2 ptos

Problema Experimental - Solución.

a) 1 pto

$$p = (31{,}4 \pm 0{,}1)cm$$

b) 0,75 ptos

Como $p = 2\,\pi\,r$,

$$r = (5{,}00 \pm 0{,}02)\ cm$$

Donde el error de r se determino usando $\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta p}{p}$.

c) 0,25 ptos

Para quiénes marcaron la distancia pedida en el ítem.

d) y e) 4 ptos

$h\ [cm]$ $\pm 0{,}1\ cm$	$t\ [s]$ $\pm 0{,}1\ s$	$\bar{t}[s]$ $\pm 0{,}1\ s$	$x\ [s^{-2}]$	$\Delta x\ [s^{-2}]$	$y\ [cm^{-1}]$	$\Delta y\ [cm^{-1}]$
3,4	1,4	1,4	0,49	0,07	0,0034	0,0001
	1,5					
	1,4					
	1,5					
	1,4					
4,1	1,2	1,1	0,8	0,1	0,0042	0,0001
	1,2					
	1,2					
	1,1					
	1,1					
5,1	1,1	1,0	1,0	0,2	0,0052	0,0001
	1,0					
	1,0					
	1,0					
	1,0					
5,5	0,9	0,9	1,1	0,2	0,0056	0,0001
	0,9					
	1,0					
	0,9					
	1,0					
6,9	0,8	0,8	1,5	0,4	0,0070	0,0001
	0,8					
	0,8					
	0,8					
	0,8					

Para el tiempo medido (t) se tomó como error el tiempo de reacción del observador (0,1s). Para el tiempo promedio ($\bar{t}$) para cada altura se tomó el tiempo de reacción del observador como error dado que el error estadístico es menor.

f) 4 ptos

Se eligieron las variables

$$x = \frac{1}{t^2}$$

$$y = \frac{d}{h^2}$$

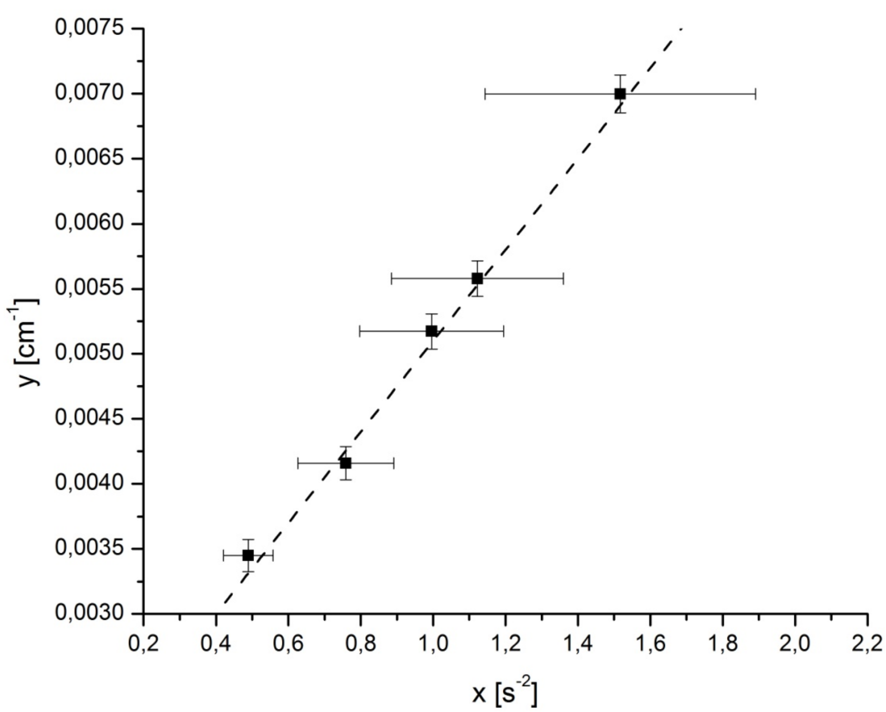
Para el cálculo del error se utilizó

$$\frac{\Delta x}{x} = 2\frac{\Delta t}{t}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta h}{h} + 2\frac{\Delta d}{d}$$

Los valores de estas variables y sus errores están reportados en la tabla.

g) 4 ptos



h) 4 ptos

Del ajuste realizado la pendiente (m) y la ordenada al origen (b) son,

$$m = (35 \pm 1)10^{-4}\ cm^{-1}\ s^2$$

$$b = (16 \pm 1)10^{-4}\ cm^{-1}$$

i) 2 ptos

De la ecuación 3 se obtiene

$$r_g = r\sqrt{\frac{g\ a}{2} - 1}$$

Luego

$$r_g = (4{,}2 \pm 0{,}2)cm$$

Donde se tomó $g = (9{,}8 \pm 0{,}1)\ m\ s^{-2}$