Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Parte Teórica

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

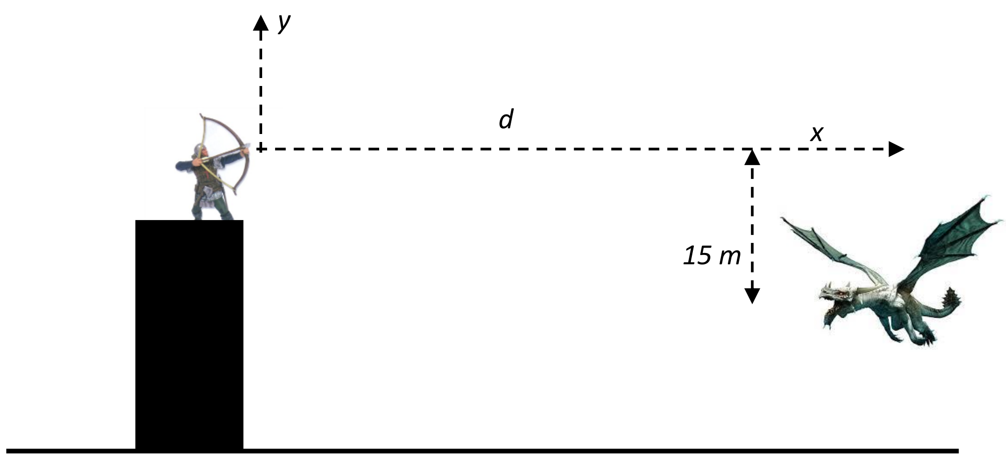
Problema Teórico 1

Nos encontramos en la antigua y lejana tierra donde un arquero intenta defender la ciudad del ataque de un dragón. Desde una torre un arquero visualiza que se acerca el dragón e inmediatamente le lanza una flecha, con una velocidad inicial de 25 m/s y con una inclinación de 30º respecto de la horizontal. Suponiendo g = 10 m/s^2

a) Escriba las expresiones de las posición vertical y horizontal de la flecha, en función del tiempo, respecto al sistema de coordenada mostrado en la figura.
b) Calcule la altura máxima, respecto al punto de lanzamiento, que alcanzará la flecha.
c) Escriba las expresiones de la posición vertical y horizontal del dragón, en función del tiempo, respecto al sistema de coordenadas mostrado en la figura.

En el instante en que se dispara la flecha el dragón se encuentra volando, con una velocidad constante de 10 m/s en dirección horizontal hacia la torre, a 15 m por debajo del nivel del que se lanza la flecha y a una distancia horizontal de d =100 m.

d) Demuestre, haciendo todos los cálculos que sean necesarios, que la flecha no va a impactar en el dragón.
e) Determine a qué distancia horizontal *d* debería haber estado el dragón en el momento del disparo de manera de lograr que la flecha impacte en el dragón.



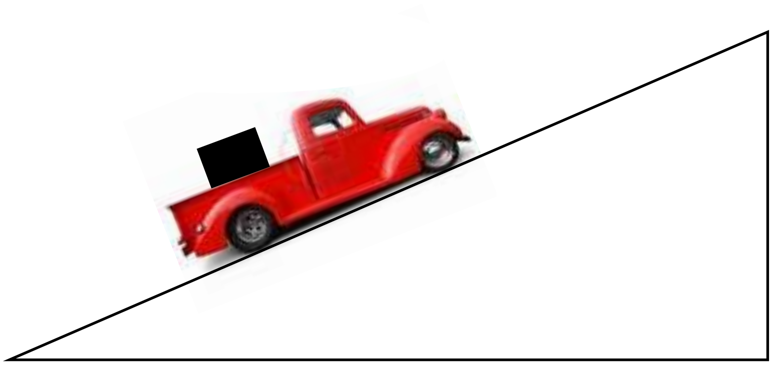
Problema Teórico 1
Hoja de Respuestas

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

Problema Teórico 2

Una camioneta está subiendo una pendiente, que forma un ángulo de 20º con la horizontal, con una aceleración de 1 m/s^2. En su parte trasera la camioneta transporta una caja cuya masa es de 80 kg. Los coeficientes de rozamiento entre la superficie de la camioneta y la caja son μ_e= 0,6 y μ_d= 0,4. Suponga que la aceleración de la gravedad es 10 m/s^2.

a) Haga un diagrama de cuerpo aislado de la caja.
b) Calcule el valor de la fuerza de rozamiento.
c) Determine la máxima aceleración que puede tener la camioneta sin que la caja se desplace en su interior.



Problema Teórico 2
Hoja de respuestas

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		

Problema Teórico 3

La estación espacial internacional tiene una masa de m_e = 415000 kg y completa una órbita a la tierra en 92,41 minutos.

a) Calcule la velocidad angular de la estación espacial internacional.
b) Calcule a qué altura, sobre la superficie terrestre, está orbitando el laboratorio espacial.
c) Determine el módulo de los vectores velocidad y aceleración de la estación espacial internacional.
d) Un astronauta, de m_a = 80 kg de masa, se pesa en la superficie de la tierra y luego cuando está en la estación espacial, ¿cuál será la diferencia entre ambas medidas?
e) Determine en cuánto se modifica la energía mecánica de la estación espacial si se desea que orbite a una distancia 10 km superior a la calculada en el ítem b).

Datos: Masa de la tierra: $M_T = 5,9736 \times 10^{24}$ kg. Radio de la tierra: R_T = 6371,0 km. Constante de gravitación universal: $G = 6,67384 \times 10^{-11}$ N kg^{-2} m^2.
Sugerencia: Trabaje con 5 cifras decimales por lo menos

Problema Teórico 3
Hoja de respuestas

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Parte Experimental

Nombre: ....

DNI: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Objetivo: Determinar la masa de un cuerpo sin usar una balanza comercial.

Elementos:

- Una regla plástica de 30 cm.
- Una tapita de gaseosa o agua mineral
- Una jeringa descartable de 10 cm^3.
- Agua (densidad $\rho = 1 g/cm^3$)
- Mesa, libro, trozo de madera (con bordes bien rectos)

Teoría:

El principio de funcionamiento de una balanza de brazos es el equilibrio de los momentos de los pesos (ver Figura 1).

Con los elementos solicitados, podemos construir nuestra propia balanza, como se muestra en la Figura 2. Para ello utilizamos el borde de una mesa o un libro o un trozo de madera. Para cualquier opción, el borde debe ser lo más recto posible.

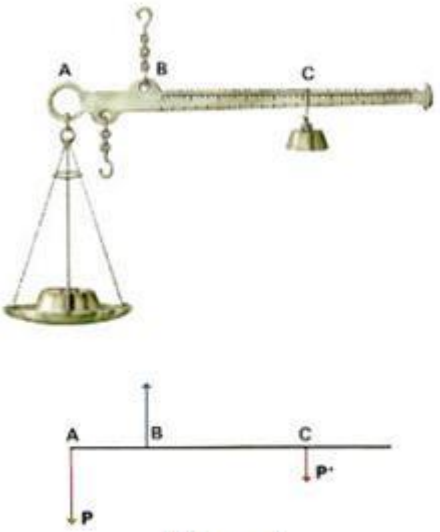


Figura 1

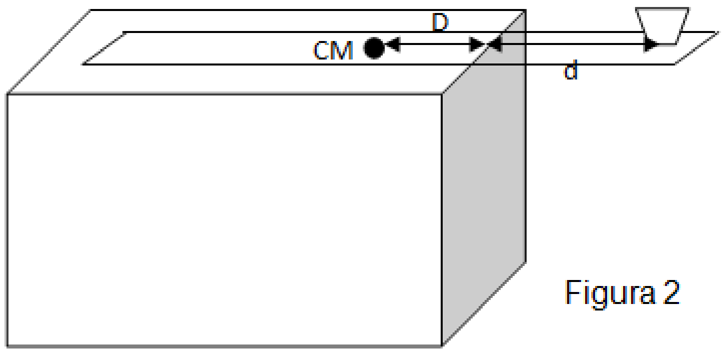


Figura 2

Considerando la regla como una masa puntual, cuya masa está concentrada en su centro de masa, y colocando en un extremo de la regla un peso (tapa), para que el sistema completo esté en equilibrio se debe cumplir que:

$$M.D = m.d$$

donde *M* es la masa de la regla, D la distancia del centro de masa de la regla al centro de momentos, *m* la masa de la tapa y d la distancia del centro de masa de la tapa al centro de momentos.

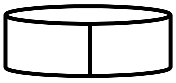
Si llenamos la tapa con una masa conocida de agua m_a, para que el sistema se encuentre en equilibrio, se debe cumplir que:

$$M.D' = (m + m_a).d' \qquad (2)$$

$$M = \frac{m_a}{\left(\frac{D'}{d'} - \frac{D}{d}\right)} \qquad (3)$$

Procedimiento:

1- Determine el centro de masa (CM) de la regla y márquelo con una fibra o lápiz sobre la regla.

2- Marque en la tapa vista de costado el centro de la misma. 

3- Coloque la tapa vacía centrada sobre una de las marcas de la regla (por ejemplo 1 cm) y sobre el borde de la mesa haga que el sistema regla+tapa quede en equilibrio.

4- Determine la distancia *D* del CM de la regla al centro de momentos (borde de la mesa) y la distancia *d* del centro de masa de la tapa al centro de momentos.

5- Repita la medición, pero ahora con la tapa conteniendo 5 cm^3 de agua y determine *D’* y *d’*.

6- A partir de la expresión (3) y de los valores medidos, determine la masa *M* de la regla.

7- Repita los pasos 1-6 para al menos 10 posiciones distintas de la tapa en la regla.

8- De un valor de incertidumbre o error.

Prueba Experimental
Hoja de respuestas.

Puntos 1 a 7.

#Medición	D [cm]	d [cm]	D' [cm]	d' [cm]	M [g]
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

Punto 8

M =

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba
Soluciones y Puntajes

Problema Teórico 1
Hoja de respuestas

Inciso		Puntaje
a)	$x_f(t) = v_0 \cos(\theta)\, t$ $\quad y_f(t) = v_0 \operatorname{sen}(\theta)\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$ Donde $v_0 = 30 \frac{m}{s}$; $\quad \theta = 30°$; $\quad g = 10\, m/s^2$	3 ptos.
b)	$h_m = y_f(t_m) = 7{,}813\, m$	1 pto.
c)	$x_d(t) = -v_d\, t + d$ $\quad y_d(t) = -15\, m$ Donde $v_d = 10 \frac{m}{s}$, $d = 100\, m$	2 ptos.
d)	No hay encuentro	2 ptos.
e)	*d = 107,169 m*.	2 ptos.

Solución Problema Teórico 1

a) *Escriba las expresiones de las posición vertical y horizontal de la flecha en función del tiempo respecto al sistema de coordenada mostrado en la figura.*

$x_f(t) = v_0 \cos(\theta)\, t \qquad y_f(t) = v_0\, \text{sen}(\theta)\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Donde $v_0 = 30 \frac{m}{s}$; $\theta = 30°$; $g = 10\, m/s^2$

b) *Calcule la altura máxima, respecto al punto de lanzamiento, que alcanzará la flecha.*

El tiempo en que alcanza la altura máxima corresponde al instante en que la componente vertical de la velocidad se anula

$$t_m = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g} = 1{,}25\, s$$

$$h_m = y_f(t_m) = 7{,}813\, m$$

c) Escriba las expresiones de la posición vertical y horizontal del dragón, en función del tiempo, respecto al sistema de coordenadas mostrado en la figura.

$x_d(t) = -v_d\, t + d \qquad y_d(t) = -15\, m$

Donde $v_d = 10 \frac{m}{s}$, $d = 100\, m$

d) *Demuestre, haciendo todos los cálculos que sean necesarios, que la flecha no va a impactar en el dragón.*

Para que la flecha impacte en dragón se debe cumplir que para el tiempo de encuentro (t_e):

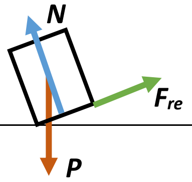
$x_f(t_e) = x_d(t_e) \qquad y_f(t_e) = y_d(t_e)$

De la primera ecuación obtenemos $t_e = 2{,}857\ s$ y de la segunda ecuación se obtiene $t_e = 3{,}386\ s$. Por lo tanto las coordenadas *x* e *y* de la flecha y el dragón son iguales pero a diferentes tiempos.

e) *Determine a qué distancia horizontal d debería haber estado el dragón en el momento del disparo de manera de lograr que la flecha impacte en el dragón.*

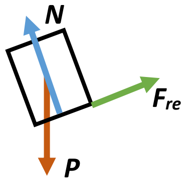
Del punto anterior vemos que de igualar las componentes verticales de la posición de la flecha y el dragón el tiempo de impacto es $t_e = 3{,}386\ s$. Reemplazando este valor en la ecuación de las componentes horizontales de la posición de la flecha y el dragón podemos despejar el valor de la distancia horizontal a la cual debe encontrarse el dragón al instante del lanzamiento de la flecha, que es $d = 107{,}169\ m$.

Problema Teórico 2
Hoja de respuestas

Inciso		Puntaje
a)		3 ptos.
b)	***F**$_{re}$ = 353,616 N*	4 ptos.
c)	$a_m = \dfrac{F_{rem} - m\ g\ sen(\theta)}{m} = 2{,}258\ m/s^2$	3 ptos.

Solución Problema Teórico 2

a) Haga un diagrama de cuerpo aislado de la caja.



b) Calcule el valor de la fuerza de rozamiento.

En la dirección de movimiento tenemos

$$F_{re} - m\ g\ sen(\theta) = m\ a$$

Donde $m = 80\ kg;\ \theta = 20°, g = 10\frac{m}{s^2}\ ; a = 1\frac{m}{s^2}$

Despejando la fuerza de rozamiento obtenemos: $\boldsymbol{F_{re}}$ = *353,616 N.*
Para ver si la superficie puede ejercer una fuerza de rozamiento estático de esta magnitud calculamos el valor de la máxima fuerza de rozamiento estático.

$$F_{rem}\ = \mu_e\ m\ g\ cos(\theta) = 451{,}052\ N$$

Donde $\mu_e = 0{,}6$

Por lo tanto, la caja no se moverá respecto a la superficie de la camioneta.

c) Determine la máxima aceleración que puede tener la camioneta sin que la caja se desplace en su interior.

La máxima aceleración que podrá tener la camioneta, sin que se mueva la caja, será cuando la fuerza de roce estático alcance su valor máximo.

$$a_m = \frac{F_{rem} - m\ g\ sen(\theta)}{m} = 2{,}258\ m/s^2$$

Problema Teórico 3
Hoja de repuestas

Inciso		Puntaje
a)	$\omega = \dfrac{2\,\pi}{T} = 0{,}0011332\ rad/s$	2 ptos.
b)	$R = \sqrt[3]{\dfrac{G\ M_T}{\omega^2}} = 6{,}7711777\ \times 10^6\ m$	2 ptos.
c)	$V_e = \ \omega\ R = 7{,}673153\ \times 10^3\,\dfrac{m}{s} = \ 27.623{,}51\ km/h$	2 ptos.
d)	$\Delta P = \dfrac{90{,}1318942}{g_T}\ N = 9{,}1765995\ kg$	2 ptos.
e)	$\Delta E = \ E_f - \ E_i = \ 1{,}8016096 \times 10^{10}\ J$	2 ptos.

Solución Problema Teórico 3

a) Calcule la velocidad angular de la estación espacial internacional.

Sabemos que

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} = 0{,}0011332\ rad/s$$

b) Calcule a qué altura, sobre la superficie terrestre, está orbitando el laboratorio espacial.

La estación espacial internacional está realizando un movimiento circular y la atracción gravitatoria le ejerce la fuerza centrípeta necesaria para que realice este movimiento.

$$m_e \omega^2 R = \frac{G\, M_T\, m_e}{R^2}$$

Despejando obtenemos:

$$R = \sqrt[3]{\frac{G\, M_T}{\omega^2}} = 6{,}7711777\ \times 10^6\ m$$

La altura de la estación espacial internacional, respecto a la superficie de la tierra es:

$$H = R - R_T = 4{,}001777\ \times 10^5\ m = 400{,}1777\ km$$

c) Determine el módulo de los vectores velocidad y aceleración de la estación espacial internacional.

El módulo del vector velocidad es

$$V_e = \omega\, R = 7{,}673153\ \times 10^3 \frac{m}{s} = 27.623{,}51\ km/h$$

El módulo del vector aceleración es

$$a_e = \omega^2\, R = 8{,}695278 \frac{m}{s^2}$$

d) Un astronauta, de 80 kg de masa, se pesa en la superficie de la tierra y luego cuando está en la estación espacial, ¿cuál será la diferencia entre ambas medidas?

La diferencia de las medidas realizadas por la balanza será

$$\Delta P = G\, M_T\, m_a \left(\frac{1}{R_T^2} - \frac{1}{R^2}\right) = 90{,}1318942\ N$$

Si tenemos en cuenta que la balanza mide fuerzas, pero en unidades de masa la diferencia sería

$$\Delta P = \frac{90{,}1318942}{g_T}\ N = 9{,}1765995\ kg$$

Donde

$$g_T = \frac{G\, M_T\, m_e}{R_T^2}$$

e) Determine en cuánto se modifica la energía mecánica de la estación espacial si se desea que orbite a una distancia 10 km superior a la calculada en el ítem b).

La energía mecánica de la estación espacial en su posición inicial será

$$E_i = \frac{1}{2}\, m_e\, V_e^2 - \frac{G\, M_T\, m_e}{R} = -1{,}2217035 \times 10^{13}\, J$$

Si modificamos la altura en 10 km debemos realizar este cálculo con esta nueva altura, pero también debemos calcular la velocidad que tendrá en la nueva órbita.

$$V_e' = \sqrt{\frac{G\, M_T}{R + 10.000\, m}} = 7{,}6674932 \times 10^{3}\, m/s$$

La energía mecánica en la nueva órbita será

$$E_f = \frac{1}{2}\, m_e\, V_e'^2 - \frac{G\, M_T\, m_e}{R + 10.000\, m} = -1{,}2199019 \times 10^{13}\, J$$

Por lo tanto, la variación de la energía mecánica de la estación espacial entre las dos órbitas será

$$\Delta E = E_f - E_i = 1{,}8016096 \times 10^{10}\, J$$

Prueba Experimental

Hoja de respuestas.

Puntos 1 a 7. **Por cada medición: 1.50 ptos.**

#Medición	D [cm]	d [cm]	D' [cm]	d' [cm]	M [g]
1	1.8	12.2	4.1	9.9	18.7
2	1.6	10.4	3.5	8.5	19.4
3	1.7	11.3	3.8	9.2	19.0
4	1.5	9.5	3.3	7.7	18.5
5	1.4	8.6	3.0	7.0	18.8
6	1.2	7.8	2.7	6.3	18.2
7	1.1	6.9	2.4	5.6	18.6
8	1.0	6.0	2.1	4.9	19.1
9	0.8	5.2	1.8	4.2	18.2
10	0.7	4.3	1.5	3.5	18.8

Punto 8: **5.00 ptos.**

$$M = \bar{M} \pm \frac{s}{\sqrt{10}} = (18.7 \pm 0.1)g$$

SOLUCION

#Medición	D [cm]	D [cm]	D' [cm]	d' [cm]	M [g]
1	1.8	12.2	4.1	9.9	18.7
2	1.6	10.4	3.5	8.5	19.4
3	1.7	11.3	3.8	9.2	19.0
4	1.5	9.5	3.3	7.7	18.5
5	1.4	8.6	3.0	7.0	18.8
6	1.2	7.8	2.7	6.3	18.2
7	1.1	6.9	2.4	5.6	18.6
8	1.0	6.0	2.1	4.9	19.1
9	0.8	5.2	1.8	4.2	18.2
10	0.7	4.3	1.5	3.5	18.8

Las distancias se miden con 1 mm de incertidumbre y la masa de agua con 0.2 g si la jeringa tiene 5 subdivisiones por cada cm^3

$$\bar{M} = \sum_i M_i = 18.73 \text{ g}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (M_i - \bar{M})^2}{N}} = 0.36 \quad \text{con} \quad N = 10$$

$$M = \bar{M} \pm \frac{s}{\sqrt{10}} = (18.7 \pm 0.1) g$$

Otra opción es asociar una incertidumbre igual al ancho del intervalo de masas determinadas dividido 2. En este caso:

$$\epsilon = \frac{M_{max} - M_{min}}{2} = 0.6 \ g$$

$$M = (18.7 \pm 0.6) g$$