# Olimpíada Argentina de Física

## Instancia Nacional 2022

Prueba Experimental – NIVEL 1

## Reglas a tener en cuenta

**<u>Antes de comenzar la prueba</u>:**

- No consigne **en ningún sitio de la prueba su nombre, apellido o DNI, de hacerlo: será causal de descalificación.**
- Lea cuidadosamente **TODO** el enunciado de la prueba.

**<u>Durante la prueba</u>:**

- Sólo puede utilizar las hojas provistas, lapicera de tinta azul, regla milimetrada, útiles de geometría y una calculadora científica no programable. **Escriba únicamente con lapicera,** resaltados o uso de otros colores serán plausibles de descalificación.
- Cualquier **duda o consulta** que quiera realizar la debe hacer **únicamente por escrito al Profesor, en privado, al chat del Aula de la prueba**.
- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. **No enumere las hojas del enunciado y no escriba respuestas en ellas pues no serán consideradas.**
- **Escriba de un solo lado de las hojas.**

**<u>Al finalizar la prueba:</u>**

- Escanee o fotografíe cuidadosa y **únicamente las hojas con sus respuestas** (descarte el enunciado). **Siempre debe estar primero la hoja de respuestas provista.**
- Con las imágenes genere un archivo .pdf. **Nombre el archivo .pdf con su nombre y apellido.**
- Verifique que el archivo .pdf se ve correctamente y que las páginas están en el orden correcto. Entregue el mismo en el Classroom de la Prueba.
- **Cuide el Equipo Experimental**, deberá **entregarlo en la escuela** para formar parte del laboratorio de Física**.**

***Péndulo de torsión***

**Objetivo**

El objetivo de esta prueba es determinar experimentalmente la dependencia del período de oscilación de un péndulo de torsión (formado por un hilo cilíndrico de cobre del que se suspende una arandela metálica - ver *Figura 1*), con la longitud del hilo.

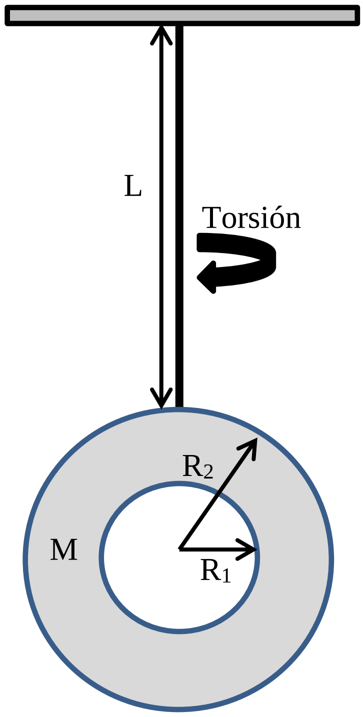



***Figura 1***

**Materiales**

- Calibre **(No será usado en este nivel)**
- Cronómetro
- Hilo de cobre esmaltado de (0.35+/- 0.01) mm de diámetro
- Cinta de papel
- Broche de metal
- Arandela de aluminio (valor de la masa en la bolsa que la contiene)
- Cinta métrica
- Palito de madera

**Teoría**

Se puede demostrar que, para pequeñas deformaciones torsionales del hilo, el periodo de oscilación de un péndulo de torsión, T, viene dado por:

$$T = \left(\frac{8\pi I}{GR^4}\right)^{1/2} L^n$$

donde L es la longitud del hilo, R el radio de su sección transversal, G el módulo de corte del material del hilo e I es el momento de inercia de la arandela respecto a un eje diametral.

**Procedimiento Experimental**

**- Armado del péndulo**

1. Para armar el péndulo como se muestra en la *Figura 2*, fije sobre la mesa el palito de madera usando la cinta de papel de manera que sobresalga unos centímetros del borde.
2. Coloque el broche metálico introduciendo el palito de madera en sus orificios. Si es necesario cubra con cinta de papel el palito para que el broche quede fijo.
3. Desarme el rollo de alambre con mucho cuidado para que no se doble.
4. Con un pequeño nudo, ate la arandela en un extremo del hilo de cobre. El nudo debe quedar lo más cerca posible del borde de la arandela.
5. Sujete el hilo con el broche y cuelgue el péndulo. El hilo tiene que quedar recto y vertical, por lo que debe tener especial cuidado en evitar que el hilo se doble. Asegúrese de que, al suspender la arandela del hilo, ésta quede en un plano vertical.
6. Ajuste la longitud del hilo, L, al valor máximo que permita la altura de la mesa, sin que la arandela toque el suelo y mida la longitud L.
7. Haga oscilar la arandela alrededor del eje vertical y mida el período.

***Figura 2***

**- Determinación de n**

a) Mida el período para distintas longitudes del hilo
b) Grafique Ln (T) vs Ln(L)
c) Determine el valor del exponente n.

NOTA: incertidumbre del logaritmo. $\Delta(Ln(y)) = \Delta y/y$

**Hoja de respuestas**
**Problema Experimental - NIVEL 1**

| | | Puntaje |
|---|---|---|
| **Determinación de n** | | |
| a) | | |
| b) | | |
| c) | $n =$ | |

# Olimpíada Argentina de Física

## Instancia Nacional 2022

Prueba Experimental – NIVEL 2

## Reglas a tener en cuenta

**<u>Antes de comenzar la prueba</u>:**

- No consigne **en ningún sitio de la prueba su nombre, apellido o DNI, de hacerlo: será causal de descalificación.**
- Lea cuidadosamente **TODO** el enunciado de la prueba.

**<u>Durante la prueba</u>:**

- Sólo puede utilizar las hojas provistas, lapicera de tinta azul, regla milimetrada, útiles de geometría y una calculadora científica no programable. **Escriba únicamente con lapicera,** resaltados o uso de otros colores serán plausibles de descalificación.
- Cualquier **duda o consulta** que quiera realizar la debe hacer **únicamente por escrito al Profesor, en privado, al chat del Aula de la prueba**.
- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. **No enumere las hojas del enunciado y no escriba respuestas en ellas pues no serán consideradas.**
- **Escriba de un solo lado de las hojas.**

**<u>Al finalizar la prueba:</u>**

- Escanee o fotografíe cuidadosa y **únicamente las hojas con sus respuestas** (descarte el enunciado). **Siempre debe estar primero la hoja de respuestas provista.**
- Con las imágenes genere un archivo .pdf. **Nombre el archivo .pdf con su nombre y apellido.**
- Verifique que el archivo .pdf se ve correctamente y que las páginas están en el orden correcto. Entregue el mismo en el Classroom de la Prueba.
- **Cuide el Equipo Experimental**, deberá **entregarlo en la escuela** para formar parte del laboratorio de Física**.**

*Péndulo de torsión*

**Objetivo**

El primer objetivo de esta prueba es determinar experimentalmente la dependencia del período de oscilación de un péndulo de torsión (formado por un hilo cilíndrico de cobre del que se suspende una arandela metálica - ver *Figura 1*) con la longitud del hilo.

El segundo objetivo es la determinación del momento de inercia de la arandela por dos métodos para su comparación.

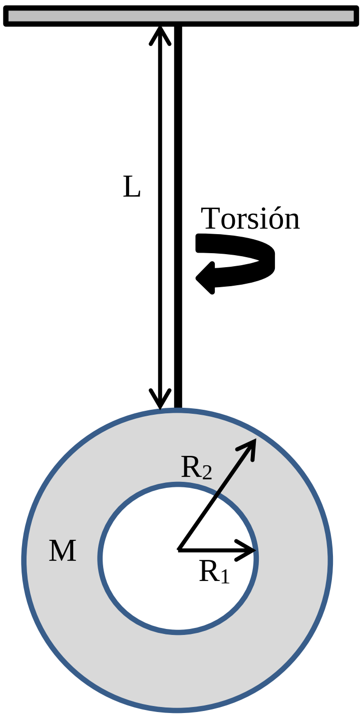



*Figura 1*

**Materiales**

- Calibre
- Cronómetro
- Hilo de cobre esmaltado de (0.35+/- 0.01) mm de diámetro
- Cinta de papel
- Broche de metal
- Arandela de aluminio (valor de la masa en la bolsa que la contiene)
- Cinta métrica
- Palito de madera

**Teoría**

Se puede demostrar que, para pequeñas deformaciones torsionales del hilo, el periodo de oscilación de un péndulo de torsión, T, viene dado por:

$$T = \left(\frac{8\pi I}{GR^4}\right)^{1/2} L^n \qquad (1)$$

donde L es la longitud del hilo, R el radio de su sección transversal, G el módulo de corte del material del hilo e I es el momento de inercia de la arandela respecto a un eje diametral. Si el grosor de la arandela es pequeño comparado con sus radios, I viene dado por:

$$I = \frac{1}{4} M(R_2^2 + R_1^2) \qquad (2)$$

donde M es la masa de la arandela y $R_1$ y $R_2$ son sus radios interior y exterior (ver *Figura 1*).

**Procedimiento Experimental**

**- Armado del péndulo**

1. Para armar el péndulo como se muestra en la fig. 2, fije sobre la mesa el palito de madera usando la cinta de papel de manera que sobresalga unos centímetros del borde.
2. Coloque el broche metálico introduciendo el palito de madera en sus orificios. Si es necesario cubra con cinta de papel el palito para que el broche quede fijo.
3. Desarme el rollo de alambre con mucho cuidado para que no se doble.
4. Con un pequeño nudo, ate la arandela en un extremo del hilo de cobre. El nudo debe quedar lo más cerca posible del borde de la arandela.
5. Sujete el hilo con el broche y cuelgue el péndulo. El hilo tiene que quedar recto y vertical, por lo que debe tener especial cuidado en evitar que el hilo se doble. Asegúrese de que, al suspender la arandela del hilo, ésta quede en un plano vertical.
6. Ajuste la longitud del hilo, L, al valor máximo que permita la altura de la mesa, sin que la arandela toque el suelo y mida la longitud L.

*Figura 2*

7. Haga oscilar la arandela alrededor del eje vertical y mida el período.

**- Determinación de n**

a) Mida el período para distintas longitudes del hilo
b) Grafique Ln (T) vs Ln(L)
c) Determine el valor del exponente n.

**NOTA:** incertidumbre del logaritmo. $\Delta(Ln(y)) = \Delta y/y$

**- Determinación de I (método directo)**

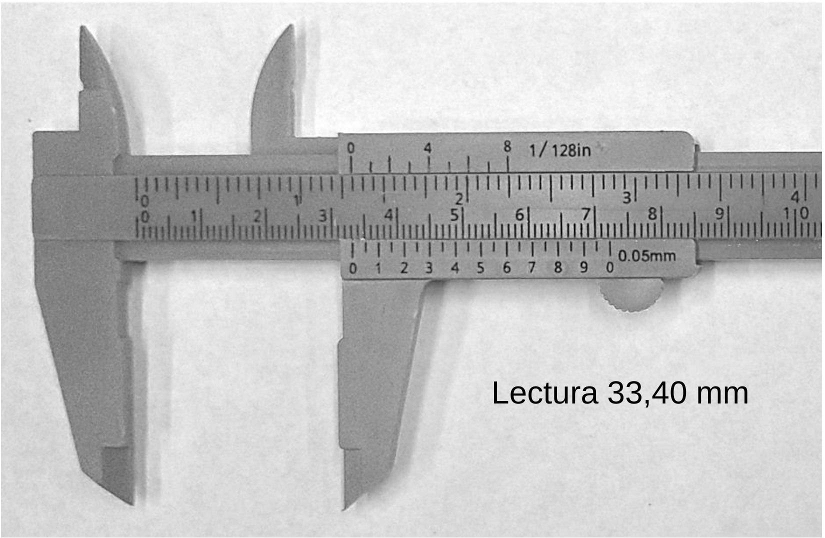
d) Mida con el calibre los diámetros interior y exterior de la arandela.
e) Calcule el momento de inercia con la expresión 2.
f) Haga una estimación de la incertidumbre del momento de inercia, $\Delta I$.

**- Determinación de I (método indirecto)**

Sabiendo que el exponente n = ½ y que el módulo de corte es G = (28 ± 1) x $10^9$ Pa

g) A partir de los datos experimentales y de la ecuación (1) haga la gráfica que crea conveniente para obtener el valor de I.
h) Obtenga el valor de I
i) Compare con el obtenido por el método directo.

**Uso del Calibre**




Las partes principales de un calibre son la escala principal y el vernier (ver *Fig. 1a*). La apreciación de la escala principal es 1mm.

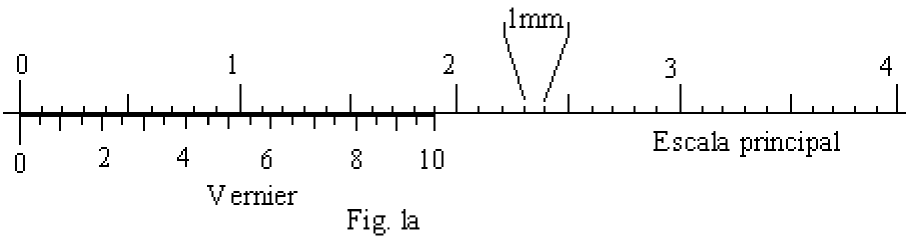


Fig. 1a

Para hacer una lectura en el calibre hay que:

- Fijarse cuantos milímetros enteros hay a la izquierda del cero del vernier. En la *Fig. 1b* hay **30mm.**

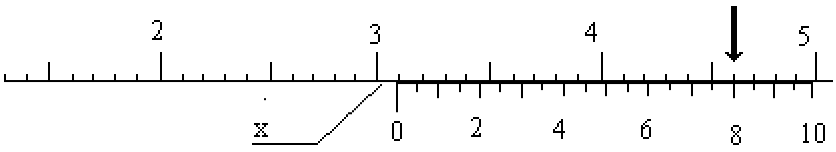



Fig. 1b

En la *Fig. 1c* también hay **30 mm.**

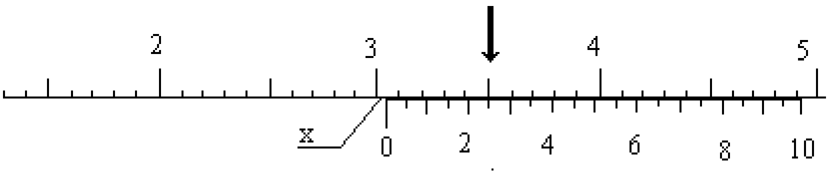



Fig. 1c

El vernier tiene divisiones. Hay que fijarse cual división del vernier, coincide con una división de la escala principal. En la *Fig. 1b* coincide la **8**. En la *Fig. 1c* coincide con la **2,5.**

La lectura será x = **30,80mm** en la *Fig. 1b* y x = **30,25mm** en *Fig. 1c*.

La apreciación del calibre es A = (valor de la apreciación de la escala principal)/(número de divisiones que posee el vernier).
En el ejemplo de las tres figuras, la apreciación de la escala principal es 1mm mientras que el vernier tiene marcadas 20 divisiones (tiene 10 unidades y cada unidad está dividida en dos) con lo cual la apreciación del calibre es:

*A = 1mm/20 = 0,05 mm*

**Hoja de respuestas**
**Problema Experimental - NIVEL 2**

| | | Puntaje |
|---|---|---|
| **Determinación de n** | | |
| a) | | |
| b) | | |
| c) | $n =$ | |
| **Determinación de I (Método directo)** | | |
| d) | Diámetro Interno: $D_1 =$<br>Diámetro Externo: $D_2 =$ | |
| e) | $I =$ | |
| f) | $\Delta I =$ | |
| **Determinación de I (Método indirecto)** | | |
| g) | | |
| h) | $I =$ | |
| i) | | |

Solución Prueba Experimental

| | | Puntaje N1 | Puntaje N2 |
|---|---|---|---|
| **Determinación de n** | | | |
| a) | Ver Tabla I | 10 ptos | 5 ptos |
| b) | Ver Tabla I y Figura 1 | 5 ptos | 2 ptos |
| c) | $n = 0{,}500 \pm 0.005$ | 5 ptos | 2 ptos |
| **Determinación de I (Método directo)** | | | |
| d) | Diámetro Interno: $\overline{D_1} = (26{,}25 \pm 0{,}05)mm$<br>Diámetro Externo: $\overline{D_2} = (58{,}85 \pm 0{,}05)\ mm$ | | 2 ptos |
| e) | $I = 1{,}0848\ x\ 10^{-5}\ Kg\ m^2$ | | 1pto |
| f) | $\Delta I = 0{,}005\ x\ 10^{-5}\ Kgm^2$ | | 2 ptos |
| **Determinación de I (Método indirecto)** | | | |
| g) | Ver Figura 2. | | 2 ptos |
| h) | $I = (1{,}1 \pm 0{,}2\ )\ x10^{-5}Kg\ m^2$ | | 3 ptos |
| i) | Los valores de I obtenidos son indistinguibles. | | 1 ptos |

a)

Tabla I: Mediciones

| L ± 0,1 [cm] | Ln (L) | 10T ± 0,20 [s] | T± 0,02 [s] | Ln (T) | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 23,0 | 3,135 ± 0,004 | 15,41 | 1,54 | 0,43 ± 0,01 | 2,37 ± 0,06 |
| 27,0 | 3,296 ± 0,004 | 16,81 | 1,68 | 0,52 ± 0,01 | 2,82 ± 0,07 |
| 33,8 | 3,520 ± 0,003 | 18,70 | 1,87 | 0,63 ± 0,01 | 3,50 ± 0,08 |
| 36,8 | 3,605 ± 0,003 | 19,75 | 1,98 | 0,68 ± 0,01 | 3,92 ± 0,08 |
| 44,5 | 3,795 ± 0,002 | 21,69 | 2,17 | 0,775 ± 0,009 | 4,71 ± 0,09 |
| 48,5 | 3,882 ± 0,002 | 22,63 | 2,26 | 0,815 ± 0,009 | 5,11 ± 0,09 |
| 53,5 | 3,980 ± 0,002 | 23,57 | 2,36 | 0,859 ± 0,009 | 5,57 ± 0,09 |
| 60,0 | 4,094 ± 0,002 | 24,88 | 2,49 | 0,912 ± 0,008 | 6,2 ± 0,1 |
| 64,5 | 4,167 ± 0,002 | 25,89 | 2,59 | 0,952 ± 0,008 | 6,7 ± 0,1 |
| 70,0 | 4,248 ± 0,001 | 27,00 | 2,70 | 0,993 ± 0,007 | 7,3 ± 0,1 |

Recordar que la incertidumbre

$\Delta(Ln(y)) = \Delta y/y$ $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$

b)

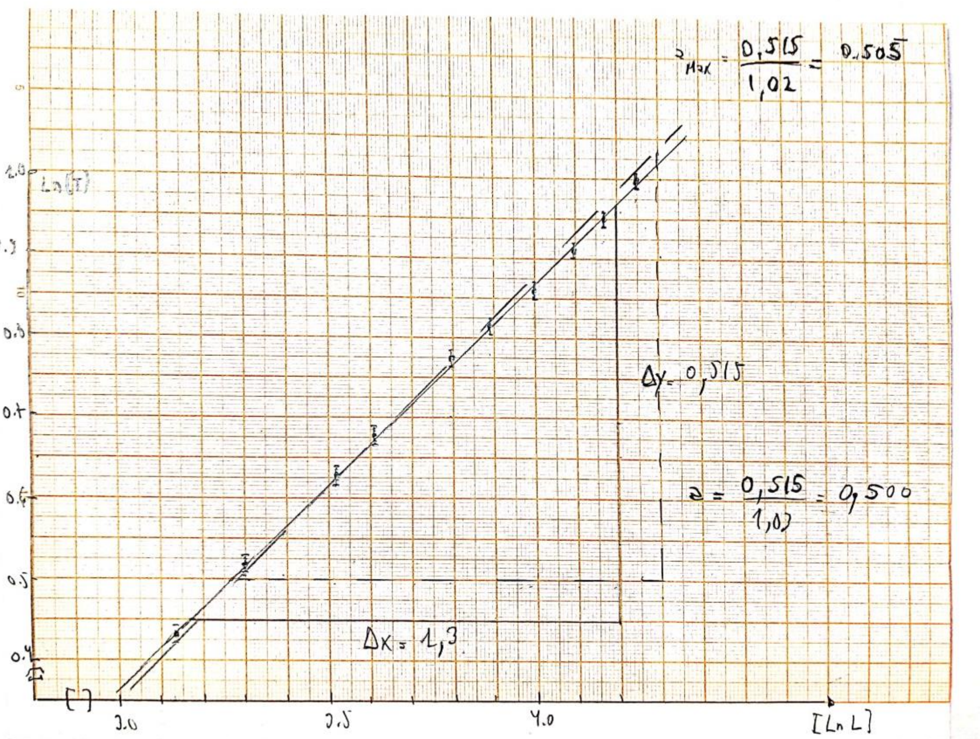



Figura 1: Gráfico de Ln (T) vs Ln(L) con su correspondiente ajuste.

c) Resultando:

$$\boxed{n = 0{,}500 \pm 0.005}$$

d) Para el diámetro externo y el interno mido en dos direcciones mutuamente perpendiculares, resultando:

$$D_2 = (58{,}80 \pm 0{,}05)\ mm \qquad D_1 = (26{,}25 \pm 0{,}05)\ mm$$

$$D_2 = (58{,}90 \pm 0{,}05)\ mm \qquad D_1 = (26{,}30 \pm 0{,}05)\ mm$$

Resultando: $\boxed{\overline{D_2} = (58{,}85 \pm 0{,}05)\ mm \qquad \overline{D_1} = (26{,}25 \pm 0{,}05) mm}$

e) $\overline{R_2} = (29{,}425 \pm 0{,}025)\ mm \qquad \overline{R_1} = (13{,}125 \pm 0{,}025)\ mm$

$$\overline{R_2} = (294{,}25 \pm 0{,}25)\ cm \qquad \overline{R_1} = (131{,}25 \pm 0.25)\ cm$$

$$M = 41{,}8 \pm 0.1\ g$$

$$\boxed{I = 108{,}48\ gcm^2 \ \equiv 1{,}0848\ x\ 10^{-5}\ Kg\ m^2}$$

f) $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta\left(R_1^2 + R_1^2\right)}{\left(R_1^2 + R_1^2\right)}$ , $\Delta\left(R_1^2 + R_1^2\right) = 2\left(R_1 \Delta R_1 + R_2 \Delta R_2\right) = 2\left(R_1 + R_2\right)\Delta R$

Resultando $\frac{\Delta I}{I} = 0{,}004442$ $\boxed{\Delta I = 0{,}005\ x\ 10^{-5}\ Kgm^2}$

g) Se debe graficar $T^2$ [$s^2$] vs L [m].

$$T = \left(\frac{8\pi I}{GR^4}\right)^{1/2} L^{1/2} \qquad T^2 = \left(\frac{8\pi I}{GR^4}\right) L$$

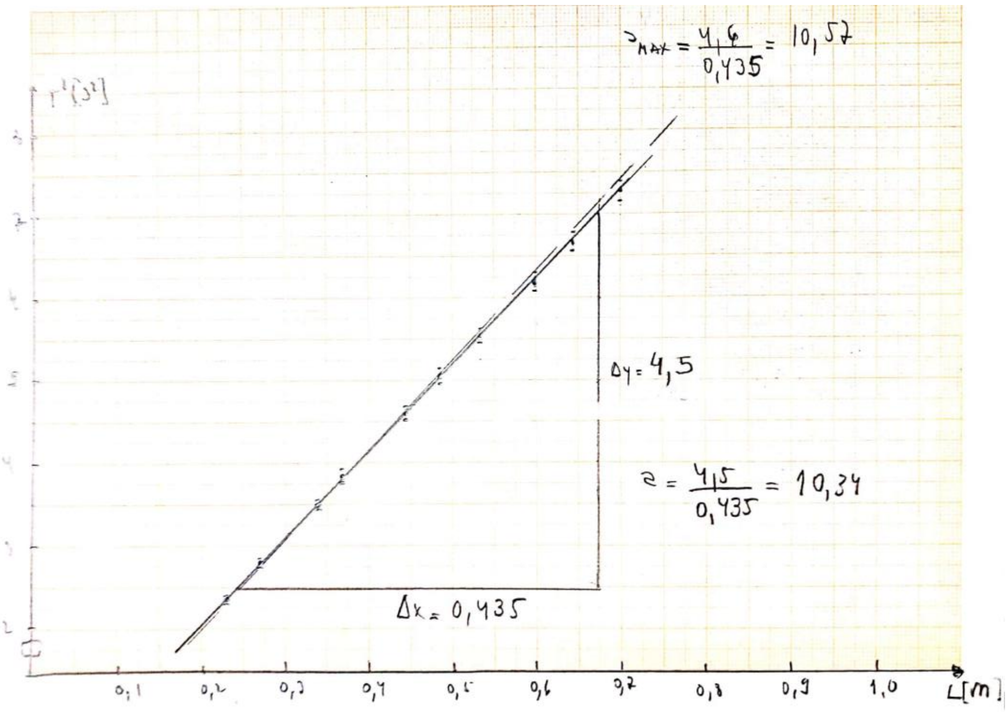



Figura 2: Gráfico de $T^2$ vs L.

h) Del gráfico se obtiene la siguiente pendiente:

$$a = (10{,}3 \pm 0.2)\ s^2/m$$

donde:

$$a = \left(\frac{8\pi I}{GR^4}\right) \rightarrow I = \left(\frac{GR^4 a}{8\pi}\right)$$

$$I = \left(\frac{GR^4 a}{8\pi}\right)$$

El radio del alambre de cobre es: $R = \frac{0{,}35}{2} mm = 0{,}175\ mm \equiv 0{,}175\ x\ 10^{-3} m$

$R = (0{,}175\ \pm 0.005)\ x\ 10^{-3} m$ $\quad$ $\mathrm{G} = (28 \pm 1)\ \mathrm{x}\ 10^{9}\ \mathrm{Pa}$

Reemplazando:

$$I = 1{,}0762\ x10^{-5}\ Kg\ m^2$$

Calculemos su incertidumbre:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta G}{G} + \frac{\Delta b}{b} + 4\,\frac{\Delta R}{R} = 0{,}036 + 0{,}019 + 0{,}114 = 0{,}169$$

Entonces: $\Delta I = 0{,}2x10^{-5}\ Kg\ m^2$

Por lo tanto:

$$I = (1{,}1 \pm 0{,}2\ )\ x10^{-5} Kg\ m^2$$

i) Comparando este último valor con el obtenido por el método directo:

$$I = (1{,}085 \pm 0{,}005)\ x\ 10^{-5}\ Kg\ m^2$$

Resulta que son indistinguibles.

# Olimpíada Argentina de Física

## Instancia Nacional 2022

Prueba Teórica – NIVEL 1

## Reglas a tener en cuenta

**Antes de comenzar la prueba:**

- No consigne **en ningún sitio de la prueba su nombre, apellido o DNI, de hacerlo: será causal de descalificación.**
- Lea cuidadosamente **TODO** el enunciado de la prueba.

**Durante la prueba:**

- Sólo puede utilizar las hojas provistas, lapicera de tinta azul, regla milimetrada, útiles de geometría y una calculadora científica no programable. **Escriba únicamente con lapicera,** resaltados o uso de otros colores serán plausibles de descalificación.
- Cualquier **duda o consulta** que quiera realizar la debe hacer **únicamente por escrito al Profesor, en privado, al chat del Aula de la prueba**.
- La solución de cada problema teórico debe comenzar en una nueva hoja.
- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas **por problema**. **No enumere las hojas del enunciado y no escriba respuestas en ellas pues no serán consideradas.**
- **Escriba de un solo lado de las hojas.**

**Al finalizar la prueba:**

- Escanee o fotografíe cuidadosa y **únicamente las hojas con sus respuestas** (descarte el enunciado). **Antes de la solución a cada problema siempre debe estar la correspondiente hoja de respuestas provista.**
- Con las imágenes de cada problema genere tres archivos .pdf. **Nombre cada archivo .pdf con el número de problema correspondiente, su nombre y apellido.**
- Verifique que los archivos .pdf se ven correctamente y que las páginas están en el orden correcto. Entregue los mismos en el Classroom de la Prueba.

**Problema 1: Analizando el pique de una pelota.**

El rebote de una pelota depende (además de las características de los materiales, condiciones del piso y ambientales) de cómo es su movimiento en el instante de impactar con el piso. En particular si la pelota sólo se está trasladando o si simultáneamente está girando alrededor de algún eje de simetría. Se analizará en este problema un caso muy simple que será el de una pelota que cae verticalmente sobre el piso.
En primer lugar, supongamos que se deja caer una pelota de masa *m = 600 g* desde una altura *H =1,5 m* que rebota hasta una altura *H´= kH (k = 0,5) y* que no está girando sobre ningún eje (sólo se traslada). Ver *Figura 1*. (Suponga g = 10 m/s$^2$)

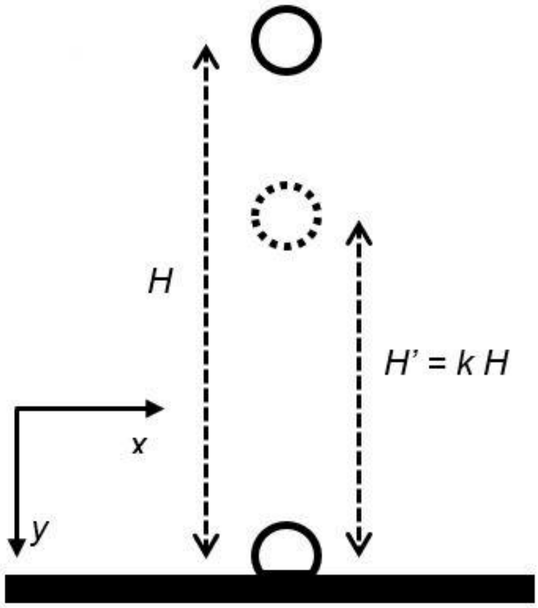



***Figura 1***

a) Calcule la velocidad con que impacta la pelota en el piso.

b) Calcule la velocidad de la pelota inmediatamente luego de rebotar con el piso.

c) Calcule los trabajos que realizan la fuerza peso y la fuerza normal que ejerce el piso en el intervalo de tiempo [ $t_0$ , $t_1$ ] en que la pelota está en contacto con el piso (ver *Figura 2*).

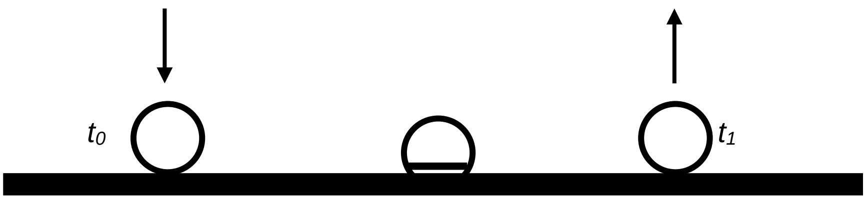



***Figura 2***

El impulso de una fuerza durante un intervalo de tiempo ($t_0$ , $t_1$) se define como:

$$I = \bar{F}\,\Delta t = \Delta p$$

En nuestro caso $\Delta t = t_1 - t_0$ es el tiempo que la pelota está en contacto con el piso, $\Delta p$ es la variación de la cantidad de movimiento lineal que tuvo la pelota en ese intervalo de tiempo y $\bar{F}$ es el valor promedio de la fuerza en ese intervalo de tiempo.

d) Calcule el impulso que ejerce la normal del piso a la pelota en el proceso del rebote.

Supongamos ahora que se deja caer la pelota de manera similar a lo descripto anteriormente, pero ahora lo hace rotando con una velocidad angular $\omega_0$ = *20 rad/s* sobre un eje paralelo al piso y perpendicular a la hoja de enunciado (ver *Figura 3*).

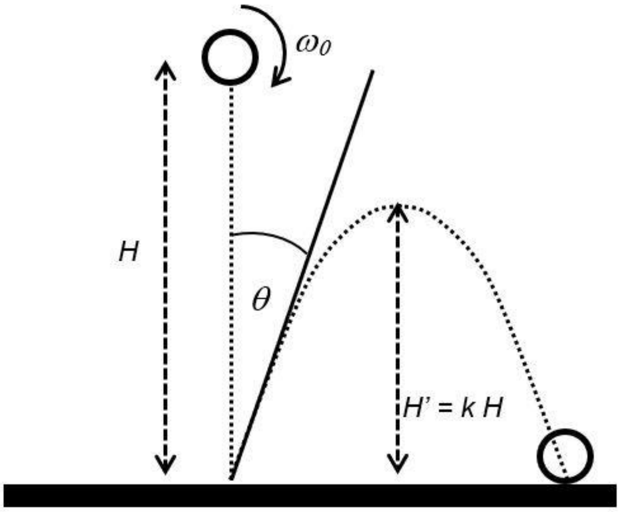



***Figura 3***

Debido a que existe rozamiento entre la pelota y el piso ($\mu_e$ y $\mu_d \neq 0$) también actuará sobre la pelota una fuerza de rozamiento paralela al piso. Teniendo en cuenta que la pelota nunca deja de rotar y suponiendo $\mu_e = 0{,}3$ y $\mu_d = 0{,}1$:

e) Calcule el impuso horizontal que la fuerza de rozamiento ejerce sobre la pelota durante el rebote.

f) Determine el valor de la componente horizontal de la velocidad de la pelota luego de rebotar.

g) Calcule el ángulo $\theta$ que la velocidad de la pelota forma con la dirección vertical.

**Hoja de respuestas**
**Problema Teórico 1 - NIVEL 1**

| Inciso | | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | | |
| b. | | |
| c. | | |
| d. | | |
| e. | | |
| f. | | |
| g. | | |

**Problema 2: Determinación de la relación carga-masa del electrón.**

Para la determinación de la relación carga-masa del electrón ($\varepsilon = \frac{e}{m_e}$) se puede utilizar un tubo de rayos filiforme junto con bobinas de Helmholtz, como se muestra en la *Figura 1*.
El tubo de rayos filiforme cuenta con un cátodo calentado indirectamente, un ánodo desde donde los electrones salen perpendicularmente hacia arriba, y de un cilindro de Wehnelt para la focalización del rayo electrónico. Directamente detrás del ánodo se encuentra un par de placas paralelas para la aceleración de los electrones emitidos por el ánodo.
Las bobinas de Helmholtz son dos bobinas circulares iguales que permiten generar un campo magnético $\vec{B}$ homogéneo, perpendicular a la dirección de movimiento de los electrones. Bajo esas condiciones, los electrones siguen una trayectoria circular, la cual puede ser observada.

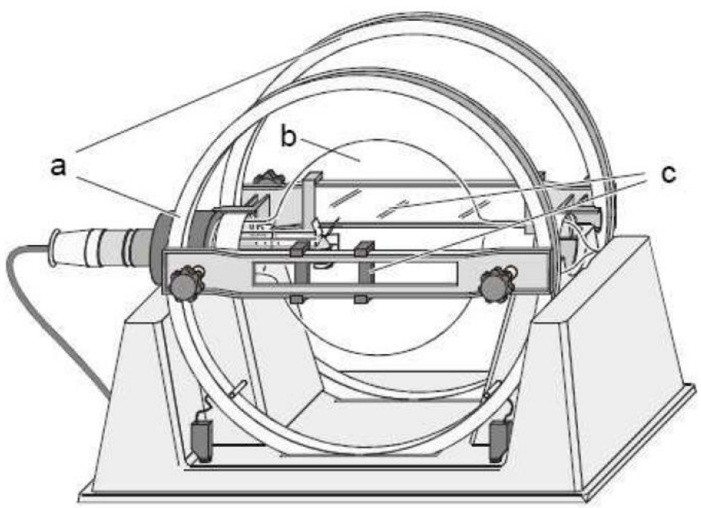



***Figura 1***
Montaje del experimento para determinar la relación carga-masa del electrón. a) Bobinas de Helmholtz, b) Tubo de rayos filiforme y c) Dispositivo de medición (Cortesía de LD Didactic Gmbh).

**Bobinas de Helmholtz**
Para realizar las mediciones, se dispone de dos bobinas las cuales están construidas con un alambre de cobre cilíndrico de diámetro $d = 0{,}5\ mm$. Las bobinas tienen un radio efectivo $a = 6\ cm$ y tienen una resistencia eléctrica, a una temperatura de $20°C$, $R = 16{,}32\ \Omega$.

a) Sabiendo que la resistividad del cobre, a una temperatura de $20°C$, es $\rho_{cu} = 1{,}7\ \times 10^{-8}\ \Omega\, m$, determine el número de vueltas de las bobinas.

Para el experimento se necesita que, por cada bobina, circule una corriente $i = 1\ A$. Para ello se dispone de una fuente que es capaz de proveer una corriente máxima $i_{max} = 5\ A$ y un voltaje máximo $V_{max} = 30\ V$.

b) Determine el voltaje $V_F$ que debe proveer la fuente si las bobinas se conectan en paralelo.

Luego de algunos minutos de conectada la fuente a las bobinas, se observa que el voltaje y la corriente entregados por la misma es $V_F = 23{,}31\ V$ y $i = 1\ A$.

Si la resistividad del cobre varía con la temperatura de la siguiente manera,

$$\rho_{cu} = \rho_{cu,T_0}[1 + \alpha_{cu}(T - T_0)]$$

Donde $\alpha_{cu} = 3{,}9\ \times 10^{-3}\ °C^{-1}$ es el coeficiente de variación térmico de la resistividad y $\rho_{cu,T_0}$ es la resistividad a la temperatura $T_0$.

c) Determine la temperatura de las bobinas.

**Nota:** Desprecie la dilatación térmica del cobre.

Ahora, se ubican las bobinas de Helmholtz paralelas y con su centro alineado, como se muestra en la *Figura 2*, separadas por una distancia $l = a$.

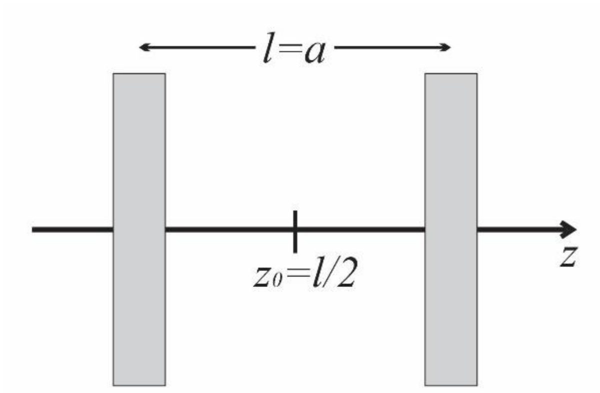



***Figura 2***
Bobinas de Helmholtz.

El módulo del campo magnético generado por una espira circular sobre un eje z, perpendicular a la espira y que pasa por su centro, está dado por

$$B = \mu_0 \frac{i\ a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

donde $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7} T\ m\ A^{-1}$.

d) Si la corriente, por cada bobina, es $i = 1\,A$ y tiene el mismo sentido en ambas bobinas, determine el valor del módulo del campo magnético $B_T$ generados por las mismas en la posición central (punto $z_0$ de la *Figura 2*).

**Tubo de rayos filiformes**
Dentro del tubo de rayos filiformes, se encuentra un cátodo, que emite electrones por efecto termoiónico. Los electrones emitidos ingresan con velocidad cero en una región donde existe un campo eléctrico uniforme, el cual acelera a los mismos. Luego de atravesar la región con campo eléctrico, los electrones ingresan a una región con un campo magnético uniforme, el cual es perpendicular a la dirección de movimiento, como se muestra en la *Figura 3*.

Para generar el campo eléctrico, se utiliza un par de placas metálicas plano-paralelas conectadas a una fuente de voltaje.

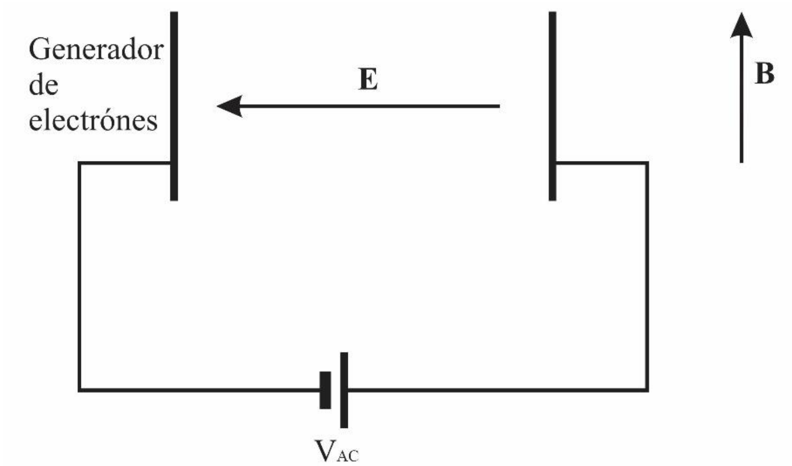



***Figura 3***
Esquema del tubo filiforme.

e) Si las placas están separadas una distancia $h$ y entre ellas existe una diferencia de potencial $V_{ac}$, escriba una expresión para el módulo de la velocidad de los electrones $v$ luego de atravesar la región de campo eléctrico en función de $\varepsilon = \frac{e}{m_e}$ y de $V_{ac}$.

Luego de atravesar la región de campo eléctrico uniforme, los electrones ingresan, con velocidad $\vec{v}$, en una región de campo magnético uniforme $\vec{B}$ cuya dirección es perpendicular a la dirección de movimiento de los electrones. Debido a la fuerza ejercida por el campo magnético, los electrones siguen una trayectoria circular de radio $r_e$.

g) Escriba una expresión para el radio $r_e$ de la trayectoria de los electrones en función de $\varepsilon$.

Se observa que, cuando se aplica un $V_{ac} = 50\ V$ y el módulo del campo magnético es igual al calculado en el punto **e**, el radio de la trayectoria de los electrones es $r_e = 3{,}2\ mm$.

h) Determine el valor de $\varepsilon$.

**Hoja de respuestas**
**Problema Teórico 2 - NIVEL 1**

| Inciso | | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | $N =$ | |
| b. | $V_F =$ | |
| c. | $T =$ | |
| d. | $B_T =$ | |
| e. | $v =$ | |
| f. | $r_e =$ | |
| g. | $\varepsilon =$ | |

## Problema 3: Telescopio James Webb.

El telescopio espacial James Webb (JWST) es un observatorio espacial que ofrece una resolución y sensibilidad sin precedentes, y permite una amplia gama de investigaciones en los campos de la astronomía y la cosmología. El telescopio fue lanzado con éxito el 25 de diciembre de 2021, a bordo de un cohete Ariane 5, y las primeras imágenes fueron publicadas el pasado 12 de julio.

El JWST opera cerca del punto de Lagrange Tierra-Sol $L_2$ (*Figura 1*), aproximadamente a 1.500.000 km más allá de la órbita de la Tierra (distancia Tierra-Sol 150.000.000 Km). Los objetos cercanos a este punto pueden orbitar el Sol en sincronía con la Tierra, lo que permite que el telescopio permanezca a una distancia aproximadamente constante.

Para el correcto funcionamiento de su instrumental, el telescopio necesita una potencia de 2 kW. Por ese motivo el mismo cuenta con un panel solar que aprovecha la potencia que irradia el sol que es de $4 \times 10^{23}$ kW. Las celdas fotovoltaicas, que convierten la luz del Sol en electricidad tienen una eficiencia de alrededor del 25%.

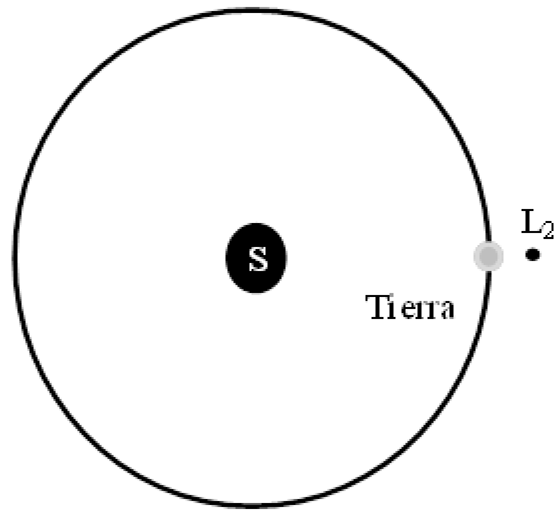



***Figura 1***

a) Calcule la potencia entregada por el Sol por unidad de área en la posición del JWST.

b) Determine el área necesaria que debe tener el panel solar para obtener 2kW de potencia.

El diseño del telescopio es tipo Korsch, pero a los fines de esta competencia asumiremos que es tipo Cassegrain como se muestra en la *Figura 2*. Es decir, consta de un espejo primario cóncavo de radio de curvatura $R_1 = 15{,}88\ m$ y diámetro $D_1 = 6{,}5\ m$ y un espejo secundario convexo de radio de curvatura $R_2 = 1{,}78\ m$ aproximadamente. La separación entre los vértices de los espejos es $d = 7{,}062\ m$ .

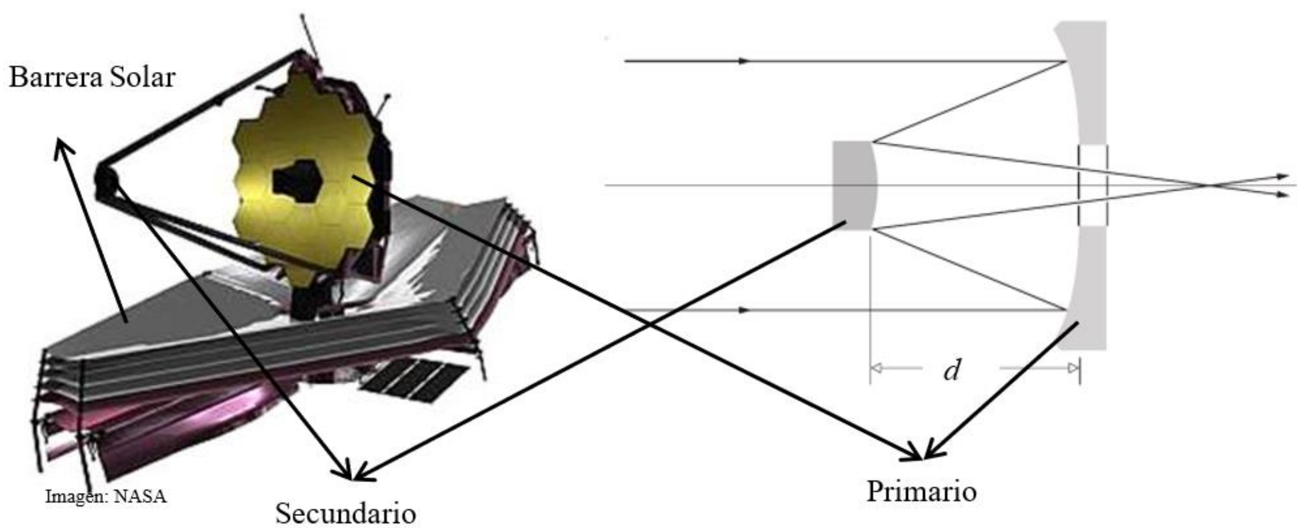



***Figura 2.***

Recordando que la fórmula para los espejos es:

$$\frac{1}{s_o}+\frac{1}{s_i}=-\frac{2}{R}$$

donde $s_o$ es la distancia objeto, $s_i$ es la distancia imagen y R el radio de curvatura del espejo y que para espejos cóncavos $R < 0$ y para convexos $R > 0$ :

c) Determine la posición de la imagen de una estrella lejana formada por el espejo primario.

Sabiendo que la imagen generada por el espejo primario, sirve de objeto para el espejo secundario:

d) Determine la posición final de la imagen de la estrella respecto al vértice del espejo primario.

**Hoja de respuestas**
**Problema Teórico 3 - NIVEL 1**

| | | Puntaje |
|---|---|---|
| a) | $I =$ | |
| b) | $A_p =$ | |
| c) | $s_i =$ | |
| d) | ${s_{if}}' =$ | |

# Olimpíada Argentina de Física
## Instancia Nacional 2022
Prueba Teórica – NIVEL 2

## Reglas a tener en cuenta

**Antes de comenzar la prueba:**

- No consigne **en ningún sitio de la prueba su nombre, apellido o DNI, de hacerlo: será causal de descalificación.**
- Lea cuidadosamente **TODO** el enunciado de la prueba.

**Durante la prueba:**

- Sólo puede utilizar las hojas provistas, lapicera de tinta azul, regla milimetrada, útiles de geometría y una calculadora científica no programable. **Escriba únicamente con lapicera,** resaltados o uso de otros colores serán plausibles de descalificación.
- Cualquier **duda o consulta** que quiera realizar la debe hacer **únicamente por escrito al Profesor, en privado, al chat del Aula de la prueba**.
- La solución de cada problema teórico debe comenzar en una nueva hoja.
- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas **por problema**. **No enumere las hojas del enunciado y no escriba respuestas en ellas pues no serán consideradas.**
- **Escriba de un solo lado de las hojas.**

**Al finalizar la prueba:**

- Escanee o fotografíe cuidadosa y **únicamente las hojas con sus respuestas** (descarte el enunciado). **Antes de la solución a cada problema siempre debe estar la correspondiente hoja de respuestas provista.**
- Con las imágenes de cada problema genere tres archivos .pdf. **Nombre cada archivo .pdf con el número de problema correspondiente, su nombre y apellido.**
- Verifique que los archivos .pdf se ven correctamente y que las páginas están en el orden correcto. Entregue los mismos en el Classroom de la Prueba.

**Problema 1: Analizando el pique de una pelota.**

El rebote de una pelota depende (además de las características de los materiales, condiciones del piso y ambientales) de cómo es su movimiento en el instante de impactar con el piso. En particular si la pelota sólo se está trasladando o si simultáneamente está girando alrededor de algún eje de simetría. Se analizará en este problema un caso muy simple que será el de una pelota que cae verticalmente sobre el piso.
En primer lugar, supongamos que se deja caer una pelota de masa $m = 600\ g$ desde una altura $H = 1{,}5\ m$ que rebota hasta una altura $H´= kH$ $(k = 0{,}5)$ *y* que no está girando sobre ningún eje (sólo se traslada). Ver *Figura 1*. (Suponga g = 10 m/s$^2$).

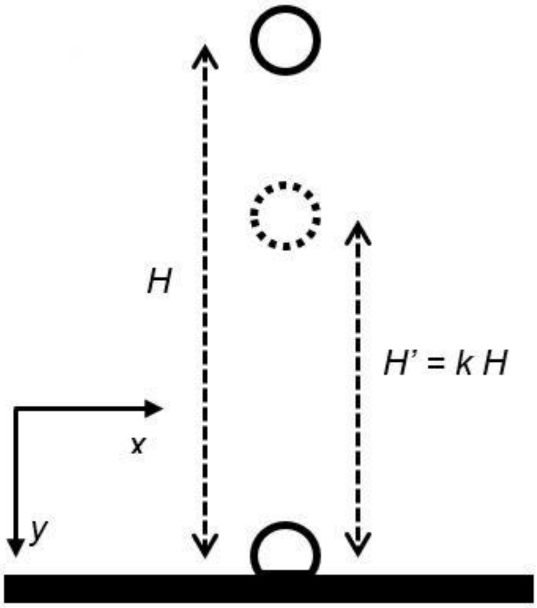



***Figura 1***

a) Calcule la velocidad con que impacta la pelota en el piso y con la que rebota.

b) Calcule el valor de los trabajos que realizan la fuerza peso y la fuerza normal que ejerce el piso en el intervalo de tiempo [ $t_0$ , $t_1$ ] en que la pelota está en contacto con el piso (ver *Figura 2*).

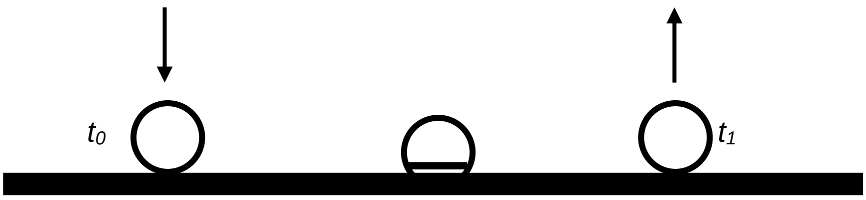



***Figura 2***

El impulso de una fuerza durante un intervalo de tiempo ($t_0$ , $t_1$) se define como:

$$I = \bar{F}\,\Delta t = \Delta p$$

En nuestro caso $\Delta t = t_1 - t_0$ es el tiempo que la pelota está en contacto con el piso, $\Delta p$ es la variación de la cantidad de movimiento lineal que tuvo la pelota en ese intervalo de tiempo y $\bar{F}$ es el valor promedio de la fuerza en ese intervalo de tiempo.

c) Calcule el impulso que ejerce la normal del piso a la pelota en el proceso del rebote.

Supongamos ahora que se deja caer la pelota de manera similar a lo descripto anteriormente, pero ahora lo hace rotando con una velocidad angular $\omega_0$ = *20 rad/s* sobre un eje paralelo al piso y perpendicular a la hoja de enunciado (ver *Figura 3*).

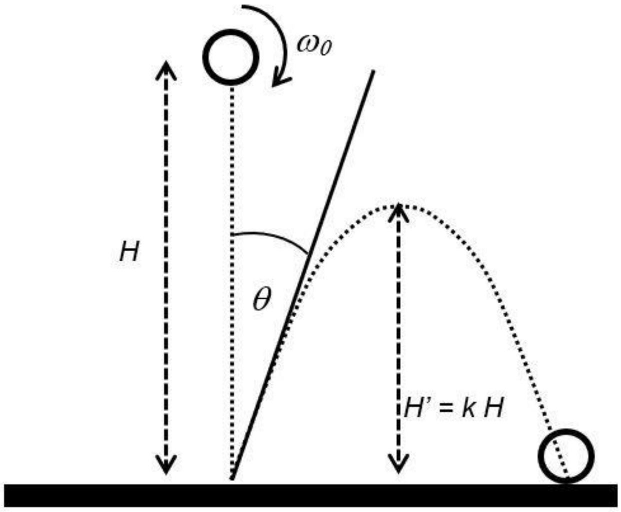



***Figura 3***

Debido a que existe rozamiento entre la pelota y el piso ($\mu_e$ y $\mu_d \neq 0$) también actuará sobre la pelota una fuerza de rozamiento paralela al piso. Teniendo en cuenta que la pelota nunca deja de rotar y suponiendo $\mu_e = 0{,}3$ y $\mu_d = 0{,}1$ :

d) Calcule el impuso horizontal que la fuerza de rozamiento ejerce sobre la pelota durante el rebote.

e) Determine el valor de la componente horizontal de la velocidad de la pelota luego de rebotar.

f) Calcule el valor del ángulo $\theta$ que la velocidad de la pelota forma con la dirección vertical.

Suponiendo que en el proceso del rebote podemos aproximar a la pelota como una esfera sólida y homogénea de 12 cm de radio y cuyo momento de inercia respecto a un eje que pasa por su centro de masa es $I^* = \frac{2}{5}\, m\, R^2$.

g) Calcule el valor de la velocidad angular de la pelota luego de rebotar.

**Hoja de respuestas**
**Problema Teórico 1 - NIVEL 2**

| Inciso | | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | | |
| b. | | |
| c. | | |
| d. | | |
| e. | | |
| f. | | |
| g. | | |

**Problema 2: Determinación de la relación carga-masa del electrón.**

Para la determinación de la relación carga-masa del electrón ($\varepsilon = \frac{e}{m_e}$) se puede utilizar un tubo de rayos filiforme junto con bobinas de Helmholtz, como se muestra en la *Figura 1*.
El tubo de rayos filiforme cuenta con un cátodo calentado indirectamente, un ánodo desde donde los electrones salen perpendicularmente hacia arriba, y de un cilindro de Wehnelt para la focalización del rayo electrónico. Directamente detrás del ánodo se encuentra un par de placas paralelas para la aceleración de los electrones emitidos por el ánodo.
Las bobinas de Helmholtz son dos bobinas circulares iguales que permiten generar un campo magnético $\vec{B}$ homogéneo, perpendicular a la dirección de movimiento de los electrones. Bajo esas condiciones, los electrones siguen una trayectoria circular, la cual puede ser observada.

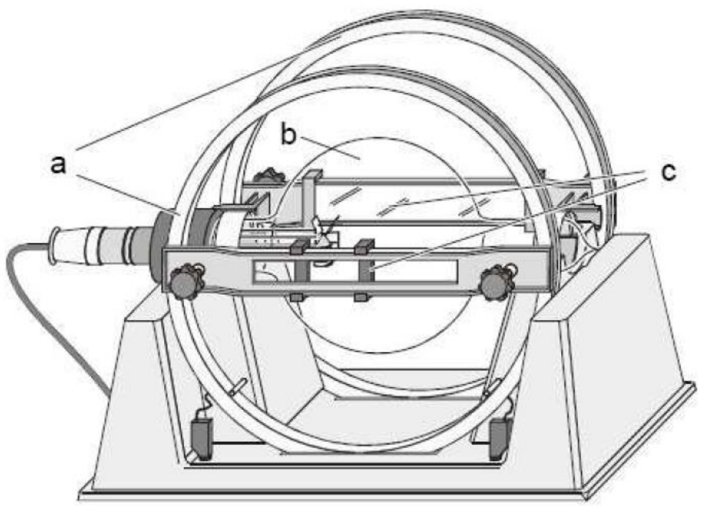



***Figura 1***

Montaje del experimento para determinar la relación carga-masa del electrón. a) Bobinas de Helmholtz, b) Tubo de rayos filiforme y c) Dispositivo de medición (Cortesía de LD Didactic Gmbh).

**Bobinas de Helmholtz**

Para realizar las mediciones, se dispone de dos bobinas las cuales están construidas con un alambre de cobre cilíndrico de diámetro $d = 0{,}5\ mm$. Las bobinas tienen un radio efectivo $a = 6\ cm$ y tienen una resistencia eléctrica, a una temperatura de $20°C$, $R = 16{,}32\ \Omega$.

a) Sabiendo que la resistividad del cobre, a una temperatura de $20°C$, es $\rho_{cu} = 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega\, m$, determine el número de vueltas de las bobinas.

Para el experimento se necesita que, por cada bobina, circule una corriente $i = 1\ A$. Para ello se dispone de una fuente que es capaz de proveer una corriente máxima $i_{max} = 5\ A$ y un voltaje máximo $V_{max} = 30\ V$.

b) Indique como se debería conectar las bobinas (serie o paralelo) y el voltaje que debe proveer la fuente.

Luego de algunos minutos de conectada la fuente a las bobinas, se observa que el voltaje y la corriente entregados por la misma es $V_F = 23{,}31\ V$ y $i = 1\ A$.

Si el coeficiente de dilatación térmica del cobre es $\lambda_{cu} = 1{,}7 \times 10^{-5}\,°C^{-1}$ y la resistividad del cobre varía con la temperatura de la siguiente manera,

$$\rho_{cu} = \rho_{cu,T_0}[1 + \alpha_{cu}(T - T_0)]$$

donde $\alpha_{cu} = 3{,}9\ \times 10^{-3}\,°C^{-1}$ es el coeficiente de variación térmico de la resistividad y $\rho_{cu,T_0}$ es la resistividad a la temperatura $T_0$.

c) Determine la temperatura de las bobinas.

Ahora, se ubican las bobinas de Helmholtz paralelas y con su centro alineado, como se muestra en la *Figura 2*, separadas por una distancia $l = a$.

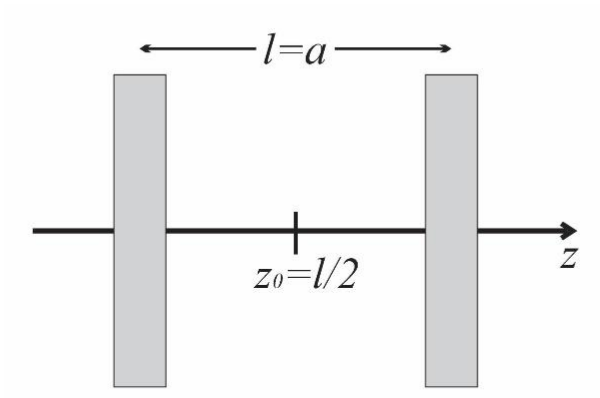



***Figura 2***
Bobinas de Helmholtz.

El módulo del campo magnético generado por una espira circular sobre un eje z, perpendicular a la espira y que pasa por su centro, está dado por

$$B = \mu_0 \frac{i\,a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

donde $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7} T\ m\ A^{-1}$.

d) Si la corriente, por cada bobina, es $i = 1\,A$ y tiene el mismo sentido en ambas bobinas, determine el valor del módulo del campo magnético $B_T$ generados por las mismas en la posición central (punto $z_0$ de la *Figura 2*).

**Tubo de rayos filiformes**

Dentro del tubo de rayos filiformes, se encuentra un cátodo, que emite electrones por efecto termoiónico. Los electrones emitidos ingresan con velocidad cero en una región donde existe un campo eléctrico uniforme, el cual acelera a los mismos. Luego de atravesar la región con campo eléctrico, los electrones ingresan a una región con un campo magnético uniforme, el cual es perpendicular a la dirección de movimiento, como se muestra en la *Figura 3*.

Para generar el campo eléctrico, se utiliza un par de placas metálicas plano-paralelas conectadas a una fuente de voltaje.

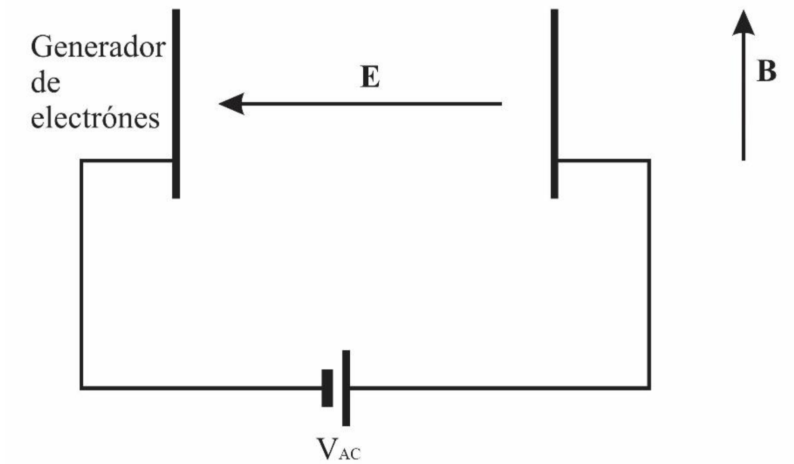



***Figura 3***
Esquema del tubo filiforme.

Cuando entre las placas existe una diferencia de potencial $V_{ac} = 50\ V$ y el módulo del campo magnético es igual al calculado en el punto **d**., se observa que los electrones siguen una trayectoria circular de radio $r_e = 3{,}2\ mm$.

e) Determine el valor de $\varepsilon$.

**Hoja de respuestas**
**Problema Teórico 2 - NIVEL 2**

| Inciso | | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | $N =$ | |
| b. | $V_F =$ | |
| c. | $T =$ | |
| d. | $B_T =$ | |
| e. | $\varepsilon =$ | |

**Problema 3: Telescopio James Webb.**

El telescopio espacial James Webb (JWST) es un observatorio espacial que ofrece una resolución y sensibilidad sin precedentes, y permite una amplia gama de investigaciones en los campos de la astronomía y la cosmología. El telescopio fue lanzado con éxito el 25 de diciembre de 2021, a bordo de un cohete Ariane 5, y las primeras imágenes fueron publicadas el pasado 12 de julio.

El JWST opera cerca del punto de Lagrange Tierra-Sol $L_2$ (*Figura 1*), aproximadamente a 1.500.000 km más allá de la órbita de la Tierra (distancia Tierra-Sol 150.000.000 Km). Los objetos cercanos a este punto pueden orbitar el Sol en sincronía con la Tierra, lo que permite que el telescopio permanezca a una distancia aproximadamente constante.

Para el correcto funcionamiento de su instrumental, el telescopio necesita una potencia de 2 kW. Por ese motivo el mismo cuenta con un panel solar que aprovecha la potencia que irradia el sol que es de $4 \times 10^{23}$ kW. Las celdas fotovoltaicas, que convierten la luz del Sol en electricidad tienen una eficiencia de alrededor del 25%.

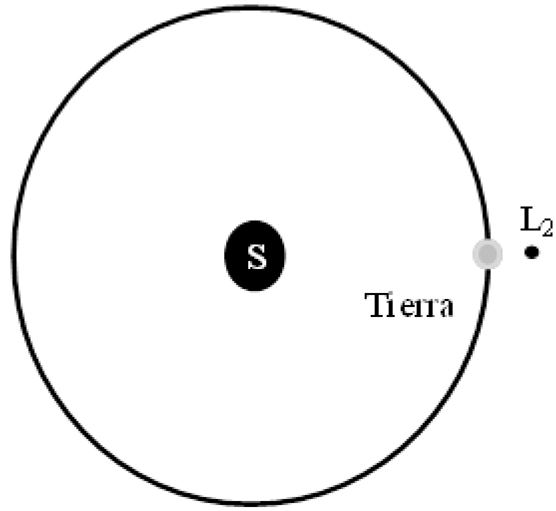



***Figura 1***

a) Calcule la potencia entregada por el Sol por unidad de área en la posición del JWST.

b) Determine el área necesaria que debe tener el panel solar para obtener 2kW de potencia.

El diseño del telescopio es tipo Korsch, pero a los fines de esta competencia asumiremos que es tipo Cassegrain como se muestra en la Figura 2. Es decir, consta de un espejo primario cóncavo de radio de curvatura $R_1 = 15{,}88\ m$ y diámetro $D_1 = 6{,}5\ m$ y un espejo secundario convexo de radio de curvatura $R_2 = 1{,}78\ m$ aproximadamente. La separación $d$ entre los vértices de los espejos es $d = 7.062\ m$ .

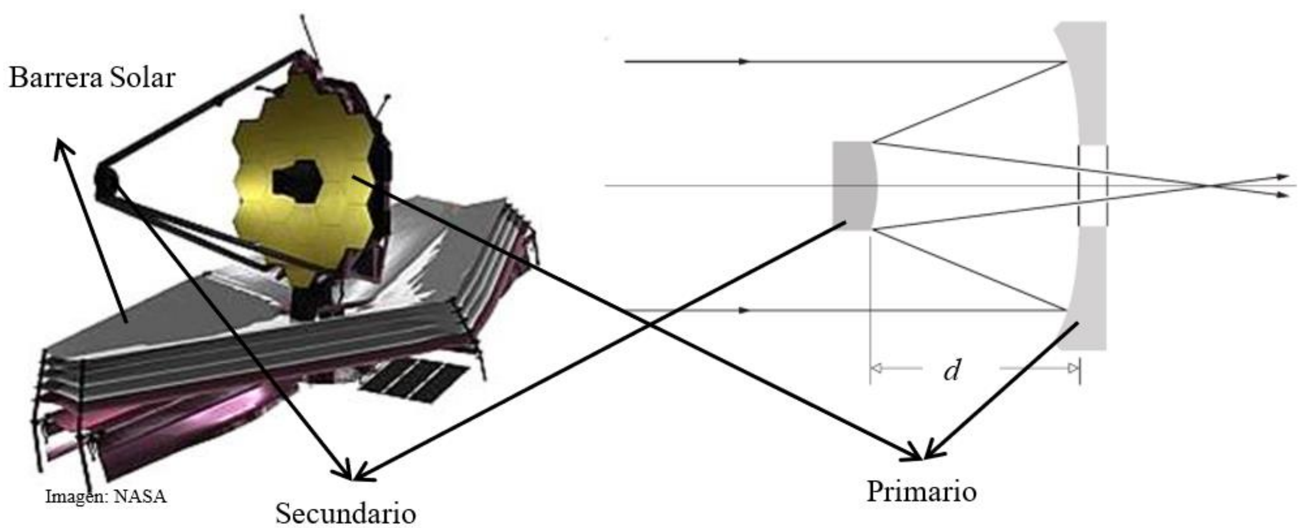



***Figura 2.***

c) Determine la posición de la imagen de una estrella lejana formada por el espejo primario.

Sabiendo que la imagen generada por el espejo primario, sirve de objeto para el espejo secundario:

d) Determine la posición final de la imagen de la estrella respecto al vértice del espejo primario.

El JWST está diseñado para trabajar principalmente en el infrarrojo cercano (800 nm < λ < 2500 nm) porque, por ejemplo, los objetos fríos como los discos de escombros y los planetas emiten más fuertemente en el infrarrojo, y esta banda es difícil de estudiar desde el suelo o por los telescopios espaciales actuales como el Hubble que trabaja en el visible con una longitud de onda media λ = 550 nm (1 nm = $10^{-9}$ m).

Al atravesar la luz un obstáculo o una abertura circular se produce un efecto conocido como difracción. Como las lentes y los espejos en los instrumentos ópticos son circulares, las imágenes obtenidas a través de ellos se ven afectadas por este efecto. En la *Figura 3* se muestra la imagen de estrellas afectadas por la difracción y cómo cambia al aumentar el diámetro de la abertura.

La separación angular mínima resoluble o límite angular de resolución está dado por:

$$(\Delta\varphi)_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

donde λ es la longitud de onda de la radiación observada y D el diámetro de la lente o espejo.

e) Determine la resolución angular del telescopio James Webb, exprésela en segundos de arco.

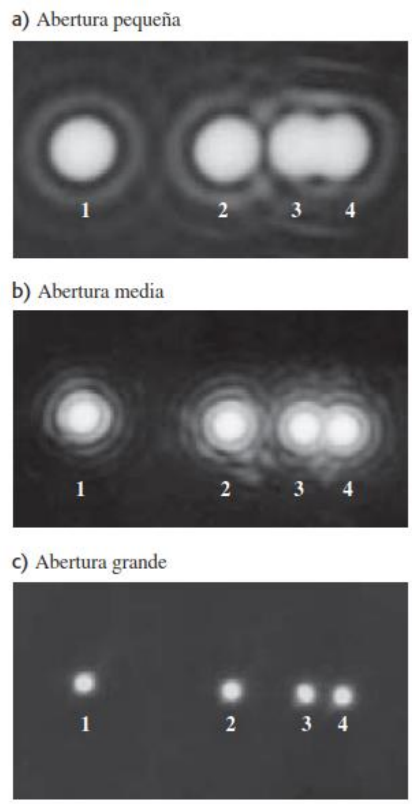



***Figura 3***

Para realizar observaciones en el espectro infrarrojo, el JWST debe mantenerse a una temperatura muy baja, aproximadamente por debajo de 50 K (-220 °C), de lo contrario, la radiación infrarroja del propio telescopio podría bloquear sus instrumentos. Para evitarlo utiliza un gran parasol que bloquea la luz y el calor principalmente del Sol. La temperatura del telescopio del lado del sol es de 85 ºC y del lado interno es de -233 ºC. El parasol consta de 5 capas para disminuir la conducción del calor de 200 kW a 23 mW para una superficie de 21 m x 14 m.

El parasol tiene una forma como la mostrada en la *Figura 4*, que permite perder parte de la radiación por reflexión, pero para simplificar vamos a considerar un sistema de placas paralelas conocido como aislación multicapa.

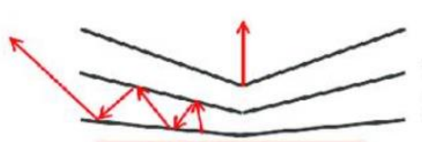


***Figura 4***

Por ejemplo, para dos placas paralelas de emisividad ε, mantenidas a temperatura $T_1$ y $T_2$ respectivamente ($T_1 > T_2$), el calor transferido por unidad de tiempo y área está dado por:

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)}$$

donde σ es la constante de Stephan-Boltzmann

Al agregar una placa intermedia de igual emisividad a temperatura $T_3$, se puede demostrar que ahora el calor transferido será:

$$q_{13} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)} \qquad q_{32} = \frac{\sigma(T_3^4 - T_2^4)}{\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)}$$

como $q_{13} = q_{32}$, resulta:

$$q_{12}' = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)}$$

Asumiendo que $\varepsilon = 0{,}05$ y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/(m$^2$K$^4$) :

f) Calcule el calor transferido por unidad de tiempo para una superficie como la de los parasoles del James Webb si sólo hay dos capas.

g) Cuantas placas habría que colocar para que el calor transferido se reduzca en un 75 %?

**Hoja de respuestas**
**Problema Teórico 3 - NIVEL 2**

| | | Puntaje |
|---|---|---|
| a) | $I =$ | |
| b) | $A_p =$ | |
| c) | $s_i =$ | |
| d) | $s_{if}{}' =$ | |
| e) | $\Delta\varphi_{min} =$ | |
| f) | $Q_{12} =$ | |
| g) | $n =$ | |

# Analizando el pique de una pelota

El rebote de una pelota depende (además de las características de los materiales, condiciones del piso y ambientales) de cómo es su movimiento en el instante de impactar con el piso. En particular si la pelota sólo se está trasladando o si simultáneamente está girando alrededor de algún eje de simetría. Se analizará en este problema un caso muy simple que será el de una pelota que cae verticalmente sobre el piso.

En primer lugar, supongamos que se deja caer una pelota de masa $m = 600\ g$ desde una altura $H = 1{,}5\ m$ que rebota hasta una altura $H' = kH$ $(k = 0{,}5)$ *y* que no está girando sobre ningún eje (sólo se traslada). (Ver figura 1a). (Suponga g = 10 m/s$^2$)

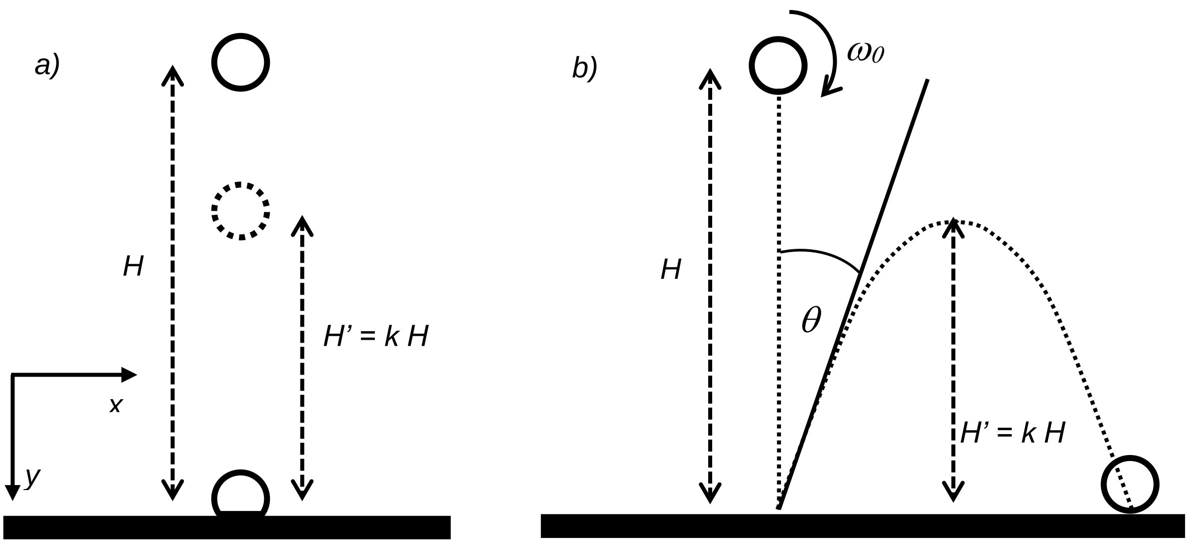



Figura 1

a) Calcule la velocidad con que impacta la pelota en el piso.

$$\frac{1}{2}\, m\, v^2 = m\, g\, H$$

$$v = \sqrt{2\, g\, H} = 5{,}477\ \frac{m}{s}$$

b) Calcule la velocidad de la pelota inmediatamente luego de rebotar con el piso.

$$\frac{1}{2}\, m\, v'^2 = m\, g\, H'$$

$$v' = -\sqrt{2\, g\, k\, H} = -3{,}873\ \frac{m}{s}$$

c) Calcule los trabajos que realizan la fuerza peso y la fuerza normal que ejerce el piso en el intervalo de tiempo [ $t_0$ , $t_1$ ] en que la pelota está en contacto con el piso (ver figura 2)

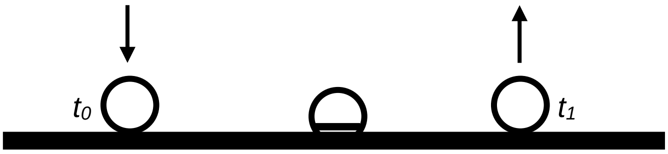



Figura 2

La fuerza peso es una fuerza conservativa y en $t_0$ y en $t_1$ el centro de masa está a la misma altura (la energía potencial gravitatoria no ha variado) el trabajo es nulo.

Entonces todo el trabajo que se hace sobre la pelota es el que realiza la fuerza normal que ejerce el piso. Entonces el trabajo será igual a la variación de la energía cinética de la pelota.

$$W_N = \frac{1}{2}\, m\, v'^2 - \frac{1}{2}\, m\, v^2$$

$$W_N = -\, m\, g\, H\, (1 - k) = -4{,}5\, J$$

El impulso de una fuerza durante un intervalo de tiempo ($t_0$ , $t_1$) se define como:

$$I = \bar{F}\, \Delta t = \Delta p$$

En nuestro caso $\Delta t = t_1 - t_0$ es el tiempo que la pelota está en contacto con el piso, $\Delta p$ es la variación de la cantidad de movimiento lineal que tuvo la pelota en ese intervalo de tiempo y $\bar{F}$ es el valor promedio de la fuerza en ese intervalo de tiempo.

d) Calcule el impulso que ejerce la normal del piso a la pelota en el proceso del rebote.

$$I_y = \bar{N}\, \Delta t = m\, v' - m\, v = -m\left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = -5.610\, \frac{Kg\, m}{s}$$

Supongamos ahora que se deja caer la pelota de manera similar a lo descripto anteriormente, pero ahora lo hace rotando con una velocidad angular $\omega_0 = 20\ rad/s$ sobre un eje paralelo al piso y perpendicular a la hoja de enunciado (ver figura 1b)). Debido a que existe rozamiento entre la pelota y el piso ($\mu_e$ y $\mu_d \neq 0$) también actuará sobre la pelota una fuerza de rozamiento paralela al piso. Teniendo en cuenta que la pelota nunca deja de rotar y suponiendo $\mu_e = 0{,}3$ y $\mu_d = 0{,}1$:

e) Calcule el impuso horizontal que la fuerza de rozamiento ejerce sobre la pelota durante el rebote.

$$F_r(t) = \mu_d\, N(t)$$

$$I_x = \mu_d\, \overline{N}\, \Delta t = \mu_d \left|I_y\right|$$

$$I_x = \mu_d\, m\left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = 0{,}561\, \frac{Kg\, m}{s}$$

f) Determine el valor de la componente horizontal de la velocidad de la pelota luego de rebotar.

$$I_x = \Delta p_x = m\, v'_x = \mu_d\, m \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H}$$

$$v'_x = \mu_d \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = 0.935\ \frac{m}{s}$$

g) Calcule el ángulo $\theta$ que la velocidad de la pelota forma con la dirección vertical.

$$\tan(\theta) = \frac{v'_x}{\left|v'_y\right|} = \mu_d\ \frac{\left(1 + \sqrt{k}\right)}{\sqrt{k}} = 0{,}241$$

$$\theta = 13{,}573°$$

| Inciso | | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | $v = \sqrt{2\, g\, H} = 5{,}477\ \frac{m}{s}$ | 1 |
| b. | $v' = -\sqrt{2\, g\, k\, H} = -3{,}873\ \frac{m}{s}$ | 1 |
| c. | $W_P = 0$<br>$W_N = -m\, g\, H\, (1 - k) = -4{,}5\, J$ | 2 |
| d. | $I_y = \bar{N}\, \Delta t = m\, v' - m\, v = -5.610\ \frac{Kg\, m}{s}$ | 1 |
| e. | $I_x = \mu_d\, m \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = 0{,}561\ \frac{Kg\, m}{s}$ | 2,5 |
| f. | $v'_x = \mu_d \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = 0.935\ \frac{m}{s}$ | 1 |
| g. | $\tan(\theta) = \frac{v'_x}{\left\|v'_y\right\|} = \mu_d\ \frac{\left(1 + \sqrt{k}\right)}{\sqrt{k}} = 0{,}241$<br>$\theta = 13{,}573°$ | 1,5 |

# Analizando el pique de una pelota

El rebote de una pelota depende (además de las características de los materiales, condiciones del piso y ambientales) de cómo es su movimiento en el instante de impactar con el piso. En particular si la pelota sólo se está trasladando o si simultáneamente está girando alrededor de algún eje de simetría. Se analizará en este problema un caso muy simple que será el de una pelota que cae verticalmente sobre el piso.

En primer lugar, supongamos que se deja caer una pelota de masa *m = 600 g* desde una altura *H =1,5 m* que rebota hasta una altura *H´= kH (k = 0,5) y* que no está girando sobre ningún eje (sólo se traslada). (Ver figura 1a). (Suponga g = 10 m/s$^2$)

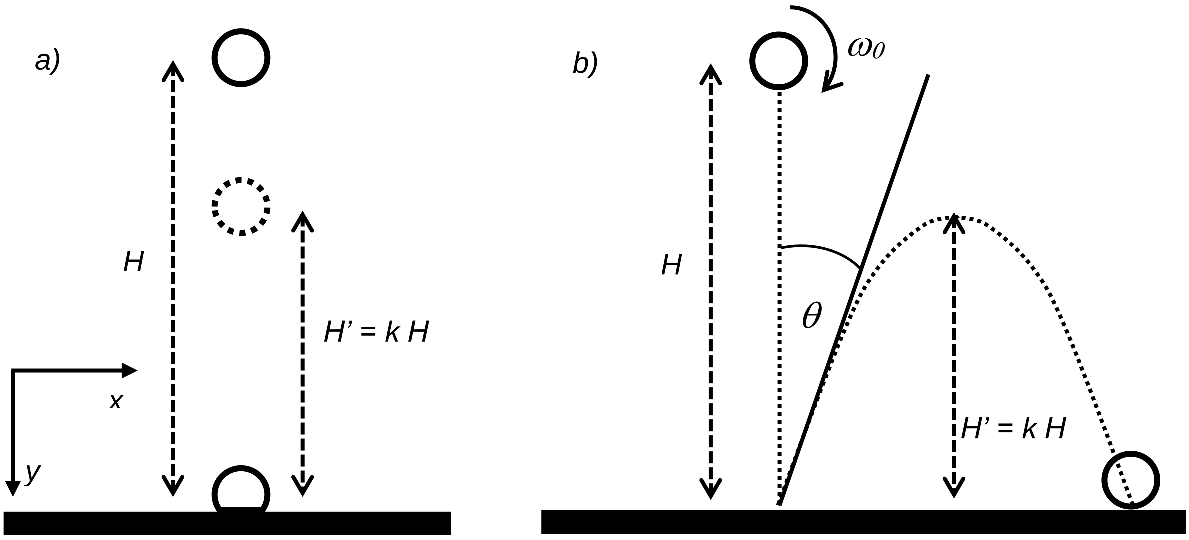



Figura 1

a) Calcule la velocidad con que impacta la pelota en el piso y con la que rebota.

Cuando impacta la pelota con el piso tenemos que:

$$\frac{1}{2}\, m\, v^2 = m\, g\, H$$

$$v = \sqrt{2\, g\, H} = 5{,}477\ \frac{m}{s}$$

Cuando rebota se verifica que:

$$\frac{1}{2}\, m\, v'^2 = m\, g\, H'$$

$$v' = -\sqrt{2\, g\, k\, H} = -3{,}873\ \frac{m}{s}$$

b) Calcule el valor de los trabajos que realizan la fuerza peso y la fuerza normal que ejerce el piso en el intervalo de tiempo [ $t_0$ , $t_1$ ] en que la pelota está en contacto con el piso (ver figura 2)

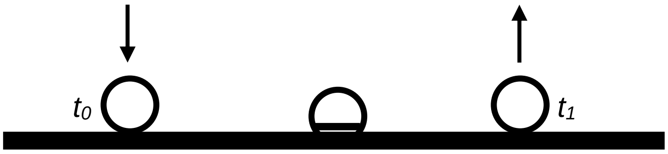



Figura 2

La fuerza peso es una fuerza conservativa y en $t_0$ y en $t_1$ el centro de masa está a la misma altura (la energía potencial gravitatoria no ha variado) el trabajo es nulo.

Entonces todo el trabajo que se hace sobre la pelota es el que realiza la fuerza normal que ejerce el piso. Entonces el trabajo será igual a la variación de la energía cinética de la pelota.

$$W_N = \frac{1}{2}\, m\, v'^2 - \frac{1}{2}\, m\, v^2$$

$$W_N = -\,m\, g\, H\, (1 - k) = -4{,}5\, J$$

El impulso de una fuerza durante un intervalo de tiempo ($t_0$ , $t_1$) se define como:

$$I = \bar{F}\, \Delta t = \Delta p$$

En nuestro caso $\Delta t = t_1 - t_0$ es el tiempo que la pelota está en contacto con el piso, $\Delta p$ es la variación de la cantidad de movimiento lineal que tuvo la pelota en ese intervalo de tiempo y $\bar{F}$ es el valor promedio de la fuerza en ese intervalo de tiempo.

c) Calcule el impulso que ejerce la normal del piso a la pelota en el proceso del rebote.

$$I_y = \bar{N}\, \Delta t = m\, v' - m\, v = -m\left(1 + \sqrt{k}\right)\, \sqrt{2\, g\, H} = -5.610\, \frac{Kg\, m}{s}$$

Supongamos ahora que se deja caer la pelota de manera similar a lo descripto anteriormente, pero ahora lo hace rotando con una velocidad angular $\omega_0 = 20\ rad/s$ sobre un eje paralelo al piso y perpendicular a la hoja de enunciado (ver figura 1b)). Debido a que existe rozamiento entre la pelota y el piso ($\mu_e$ y $\mu_d \neq 0$) también actuará sobre la pelota una fuerza de rozamiento paralela al piso. Teniendo en cuenta que la pelota nunca deja de rotar y suponiendo $\mu_e = 0{,}3$ y $\mu_d = 0{,}1$:

d) Calcule el impuso horizontal que la fuerza de rozamiento ejerce sobre la pelota durante el rebote.

$$F_r(t) = \mu_d\, N(t)$$

$$I_x = \mu_d\, \overline{N}\, \Delta t = \mu_d \left|I_y\right|$$

$$I_x = \mu_d\, m\left(1 + \sqrt{k}\right)\, \sqrt{2\, g\, H} = 0{,}561\, \frac{Kg\, m}{s}$$

e) Determine el valor de la componente horizontal de la velocidad de la pelota luego de rebotar.

$$I_x = \Delta p_x = m\, v'_x = \mu_d\, m \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H}$$

$$v'_x = \mu_d \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = 0.935\ \frac{m}{s}$$

f) Calcule el valor del ángulo $\theta$ que la velocidad de la pelota forma con la dirección vertical.

$$\tan(\theta) = \frac{v'_x}{\left|v'_y\right|} = \mu_d\ \frac{\left(1 + \sqrt{k}\right)}{\sqrt{k}} = 0{,}241$$

$$\theta = 13{,}573°$$

Suponiendo que en el proceso del rebote podemos aproximar a la pelota como una esfera sólida y homogénea de 12 cm de radio y cuyo momento de inercia respecto a un eje que pasa por su centro de masa es $I^* = \frac{2}{5}\, m\, R^2$.

g) Calcule el valor de la velocidad angular de la pelota luego de rebotar.

Las fuerzas externas aplicadas a la pelota son el peso, la normal que ejerce el piso y la fuerza de rozamiento con el piso. Como el peso está aplicado en el centro de masa y la línea de acción de la normal pasa por el centro de masa estas dos fuerzas no ejercen momento respecto al centro de masa no afectarán el movimiento de rotación de la pelota. Por lo tanto, la única fuerza que ejerce momento, y que modificará el movimiento de rotación, es la fuerza de rozamiento. Como el impulso de la fuerza es igual al cambio del momento lineal, el momento del impuso respecto al centro de masa, será igual al cambio del momento angular de espín.

$$R \times I_x = -\mu_d\, m\, R \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = I^* \left(\omega_f - \omega_0\right)$$

Entonces

$$\omega_f = \omega_0 - \frac{5}{2}\frac{\mu_d}{R} \left(1 + \sqrt{k}\right) \sqrt{2\, g\, H} = 0{,}520\ \frac{rad}{s}$$

| Inciso | | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | $v = \sqrt{2\,g\,H} = 5{,}477\ \frac{m}{s}$ <br><br> $v' = -\sqrt{2\,g\,k\,H} = -3{,}873\ \frac{m}{s}$ | 1 |
| b. | $W_P = 0$ <br><br> $W_N = \ -m\,g\,H\,(1-k) = -4{,}5\,J$ | 2 |
| c. | $I_y = \ \bar{N}\,\Delta t = \ m\,v' - m\,v = -5.610\ \frac{Kg\ m}{s}$ | 1 |
| d. | $I_x = \ \mu_d\,m\left(1 + \ \sqrt{k}\right)\ \sqrt{2\,g\,H} = \ 0{,}561\ \frac{Kg\ m}{s}$ | 2 |
| e. | $v'_x = \mu_d\left(1 + \ \sqrt{k}\right)\ \sqrt{2\,g\,H} = 0.935\ \frac{m}{s}$ | 1 |
| f. | $\tan(\theta) = \frac{v'_x}{\lvert v'_y \rvert} = \mu_d\ \frac{\left(1 + \ \sqrt{k}\right)}{\sqrt{k}} = 0{,}241$ <br><br> $\theta\ = 13{,}573°$ | 1,5 |
| g. | $\omega_f\ = \omega_0 - \frac{5}{2}\,\frac{\mu_d}{R}\ \left(1 + \ \sqrt{k}\right)\ \sqrt{2\,g\,H} = 0{,}520\ \frac{rad}{s}$ | 1,5 |

| Inciso | **NIVEL 1** | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | $N = 500$ | 1 pto |
| b. | $V_F = 16{,}32\ V$ | 1 pto |
| c. | $T = 129{,}82\ °C$ | 1,5 ptos |
| d. | $B_T = 7{,}49\ \times 10^{-3}\ T$ | 2 ptos |
| e. | $v = \sqrt{2\varepsilon V_{ac}}$ | 1,5 ptos |
| f. | $r_e = \frac{v}{\varepsilon B}$ | 2 ptos |
| g. | $\varepsilon = 1{,}74\ \times 10^{11}\ C\ kg^{-1}$ | 1 pto |

| Inciso | **NIVEL 2** | Puntaje |
|---|---|---|
| a. | $N = 500$ | 1 pto |
| b. | Conexión en paralelo.<br><br>$V_F = 16,32\ V$ | 1 pto |
| c. | $T = 130,51\ °C$ | 2 ptos |
| d. | $B_T = 7,49\ \times 10^{-3}\ T$ | 2 ptos |
| e. | $\varepsilon = 1,74\ \times 10^{11}\ C\ kg^{-1}$ | 4 ptos |

Solución.

**NIVEL 1 y 2**

a. Dado que la resistencia de un conductor cilíndrico está dada por

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Donde $\rho$, $L$ y $A$ son la resistividad del material, el largo y el área del alambre, respectivamente. Dado que las bobinas son circulares de radio $a$,

$$L = N\, 2\, \pi\, a$$

Donde $N$ es el número de vueltas. Luego,

$$R = \rho \frac{N\, 2\, \pi\, a}{\pi \frac{d^2}{4}} = \rho \frac{8\, N\, a}{d^2} = 16{,}32\ \Omega$$

Donde se usó que $A = \pi \frac{d^2}{4}$.

$$N = 500$$

b. **NIVEL 2:** Si se conectan en serie, la resistencia equivalente de ambas bobinas es $R_e = 2R = 32{,}64\ \Omega$. Luego, para que circule una corriente $i = 1\ A$, el voltaje de la fuente debería ser

$$V_F = R_e\, i = 32{,}64\ \mathrm{V} > V_{max}$$

Luego, las bobinas se deben conectar en paralelo.

**NIVEL 1 y 2:** Si se conectan en paralelo, la resistencia equivalente de ambas bobinas es $R_e = \frac{R}{2} = 8{,}16\ \Omega$. Luego, para que circule una corriente $i = 1\ A$ por cada bobina, la fuente debería entregar $2\ A < i_{max}$ y el voltaje de la fuente es

$$V_F = R_e\, 2i = 16{,}32\ \mathrm{V}$$

c. La nueva resistencia de cada bobina es

$$R = \frac{V_F}{i} = 23{,}31\ \Omega$$

**NIVEL 1:** Dada la ecuación de la resistividad con la temperatura, la variación de $R$ con la temperatura es

$$R = R_0[1 + \alpha_{cu}(T - T_0)]$$

Donde $R_0 = 16{,}32\ \Omega$ y $T_0 = 20°C$.

$$T = \frac{R - R_0}{R_0 \alpha_{cu}} + T_0 = 129{,}82\ °C$$

**NIVEL 2:**

$$R = \rho_{cu} \frac{L}{\pi r^2}$$

Donde

$$\rho_{cu} = \rho_{cu,T_0}(1 + \alpha_{cu}\Delta T)$$

$$L = L_{T_0}(1 + \lambda_{cu}\Delta T)$$

$$r = r_{T_0}(1 + \lambda_{cu}\Delta T)$$

y $\Delta T = (T - T_0)$ con $T_0 = 20°C$ y $\rho_{cu,T_0} = 1{,}7\ \times 10^{-8}\ °C^{-1}$, y $r$ es el radio del alambre.

$$R = \rho_{cu,T_0}(1 + \alpha_{cu}\Delta T) \frac{L_{T_0}(1 + \lambda_{cu}\Delta T)}{\pi {r_{T_0}}^2 (1 + \lambda_{cu}\Delta T)^2}$$

$$R = \left(\rho_{cu,T_0} \frac{L_{T_0}}{\pi {r_{T_0}}^2}\right) \frac{1 + \alpha_{cu}\Delta T}{1 + \lambda_{cu}\Delta T} = R_0 \frac{1 + \alpha_{cu}\Delta T}{1 + \lambda_{cu}\Delta T}$$

Donde $R_0 = 16{,}32\ \Omega$.

$$\Delta T = \frac{\beta - 1}{\alpha_{cu} - \beta\lambda_{cu}} = 110{,}51\ °C$$

Donde $\beta = \frac{R}{R_0}$

$$T = 130{,}51°C$$

d. **NIVEL 1 y 2:** Dado que se tienen $N$ espiras, el módulo del campo magnético generado por cada bobina a lo largo del eje $z$ está dado por,

$$B = \mu_0 \frac{N\ i\ a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

Como la corriente que circula por las bobinas tienen la misma dirección, el campo magnético generado por cada bobina tendrá la misma dirección y sentido. Luego, por el principio de superposición, el módulo del campo magnético generado por las bobinas será igual a la suma de los módulos de campo magnético generado por cada bobina.

La posición central está dada por $z = \frac{a}{2}$ y $z = -\frac{a}{2}$ para la bobina ubicada a la derecha e izquierda, respectivamente.

Luego,

$$B_T = \mu_0 \frac{N\ i\ a^2}{\left(a^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{3/2}} = \mu_0 \frac{N\ i}{a\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}} = 7{,}49 \times 10^{-3} T$$

**NIVEL 2:**

e. **NIVEL 1:** El trabajo realizado por el campo eléctrico $W$ es igual a la variación de la energía cinética de los electrones $\Delta K$,

$$W = qV_{ac} = \frac{1}{2}m_q v_f^2 - \frac{1}{2}m_q v_i^2$$

Dado que $v_i = 0$ y $q = e$,

$$eV_{ac} = \frac{1}{2}m_e v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{2\varepsilon V_{ac}}$$

Otra forma. La fuerza aplicada por el campo eléctrico $E$ sobre los electrones es

$$F = eE = m_e a$$
$$a = \varepsilon E$$
$$v = \varepsilon E t$$
$$x = \frac{1}{2}\varepsilon E t^2$$

El tiempo $t_1$ que tardan los electrones en recorrer una distancia $h$ está dado por,

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{\varepsilon E}}$$

Y la velocidad al tiempo $t_1$ es,

$$v = \sqrt{2h\varepsilon E} = \sqrt{2\varepsilon V_{ac}}$$

Dado que $V_{ac} = h\varepsilon E$.

f. **NIVEL 1:** La fuerza sobre una carga $q$, que se mueve con velocidad $v$, en una región de campo magnético $\vec{B}$ está dada por,

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = m\overrightarrow{a_c}$$

Dado que $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares,

$$a_c = \frac{q}{m}vB = \frac{e}{m_e}vB = \varepsilon vB$$

Como la trayectoria es circular, $a_c$ es la aceleración centrípeta,

$$a_c = \frac{v^2}{r_e}$$

Finalmente,

$$r_e = \frac{v}{\varepsilon B}$$

g. **NIVEL 1:** De lo obtenido en los puntos e y f, se obtiene que,

$$\varepsilon = \frac{2V_{ac}}{(Br_e)^2} = 1{,}74 \times 10^{11} C\ kg$$

# SOLUCION JWST

*NIVEL 1/2*

a) La potencia total irradiada por el Sol es $P_s = 4 \times 10^{23}$ kW $= 4 \times 10^{26}$ W

Sabiendo que el Sol irradia uniformemente en todas las direcciones, debemos dividir por el área de una esfera de radio igual a la distancia Sol – JWST.

$$d_{SJW} = d_{ST} + d_{TJW}$$

$$d_{SJW} = 150\ x\ 10^9 + 1{,}5\ x\ 10^9\ m$$

$$d_{SJW} = 151{,}5\ x\ 10^9\ m$$

$$A = 4\pi d_{SJW}^2$$

Radiación por unidad de área:

$$\boxed{I = \frac{P_s}{A} = 1387\ W/m^2}$$

b) Sea el área de los paneles $A_P$, entonces se debe cumplir que:

$$0{,}25\ I\ A_p = 2000\ W$$

Despejando $A_p$ resulta:

$$\boxed{A_p = 5{,}77\ m^2}$$

c) Para un espejo:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R}$$

Como el primer espejo es cóncavo R < 0, lo que implica $R = -R_1 = -15{,}88$ m. Por otro lado si los rayos provienen de una estrella lejana $s_0 = \infty$, entonces:

$$\frac{1}{s_i} = -\frac{2}{R} \rightarrow \boxed{s_i = -\frac{R}{2} = \frac{15{,}88}{2} = 7{,}94\ m}$$

d) Como las distancias se miden respecto al vértice del espejo, para el espejo convexo de $R_2 =$ 1,78 m

$$s_o{}' = d - s_i = 7{,}062 - 7{,}94 = -0{,}878\ m$$

es decir que para el segundo espejo el objeto es virtual. Luego aplicando la ecuación para los espejos con R = 1,78 m, resulta:

$$s_i{}' = -\frac{R s_o{}'}{(2 s_o{}' + R)} = -\frac{1{,}78\ (-0{,}878)}{(2(-0{,}878) + 1{,}78)} = \frac{1{,}56284}{(-1{,}756 + 1{,}78)} = 65{,}12\ m$$

Respecto del espejo primario:

$$s_{if}{}' = s_i{}' - d\ = 65.12 - 7{,}062 = \boxed{58{,}06\ \ m = s_{if}{}'}$$

**Solución Nivel 1**

| | | Puntaje |
|---|---|---|
| a) | $I = 1387\ W/m^2$ | 3 ptos |
| b) | $A_p = 5{,}77\ m^2$ | 2 ptos |
| c) | $s_i = 7{,}94\ m$ | 2 ptos |
| d) | $s_{if}{}' = 58{,}06\ m$ | 3 ptos |

NIVEL 2

e) Para calcular el poder de resolución calculo una longitud de onda promedio para el infrarrojo cercano y uso el diámetro del espejo primario que capta la mayor cantidad de radiación.

$$\bar{\lambda} = \frac{800 + 2500}{2}\ nm = 1650\ nm \qquad\qquad D_1 = 6{,}5\ m$$

Por lo tanto:

$$\Delta\varphi_{min} = 1{,}22\,\frac{1650\ x\ 10^{-9}}{6{,}5}\ rad = 3{,}1\ x\ 10^{-7}\ rad\ \equiv \boxed{0{,}064\ '' = \Delta\varphi_{min}}$$

f) Cuando hay sólo dos placas donde las temperaturas están expresadas en K:

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)}$$

$$T_1 = 85 \text{ ºC} \equiv (85 + 273{,}15)K = 358{,}15\ K$$

$$T_1 = -233 \text{ ºC} \equiv (-233 + 273{,}15)K = 40{,}15\ K$$

Entonces:

$$q_{12} = \frac{5.67 \text{ x } 10^{-8}((358{,}15)^4 - (40{,}15)^4)}{\left(\frac{2}{0.05} - 1\right)} = \frac{932{,}769}{39} = 23{,}917\ W/m^2$$

como el área del parasol es $A = 21\ x\ 14\ m^2 = 294\ m^2$

resulta:

$$\boxed{Q_{12} = q_{12}\ A = 7{,}031\ kW}$$

g) Quiero reducir la transferencia de calor en un 75% es decir quiero que :

$$Q_{12}{}' = (0{,}25)7{,}031\ kW = 1{,}758\ kW$$

Al agregar 1 capa (es decir tenemos 3 capas) vemos que:

$$q_{12}{}' = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)} = \frac{q_{12}}{n-1}$$

Por lo tanto se deberá cumplir que:

$$Q_{12}{}' = \frac{Q_{12}}{(n-1)} \quad \rightarrow \quad 1{,}758\ kW = \frac{7{,}031}{(n-1)}\ kW \ \rightarrow \boxed{n = 5}$$

**Solución Nivel 2**

| | | Puntaje |
|---|---|---|
| a) | $I = 1387\ W/m^2$ | 1,5 ptos |
| b) | $A_p = 5{,}77\ m^2$ | 1 pto |
| c) | $s_i = 7{,}94\ m$ | 1 pto |
| d) | $s_{if}' = 58{,}06\ m$ | 1,5 ptos |
| e) | $\Delta\varphi_{min} = 0{,}064\ ''$ | 2 ptos |
| f) | $Q_{12} = 7{,}031\ kW$ | 1 pto |
| g) | $n = 5$ | 2 ptos |