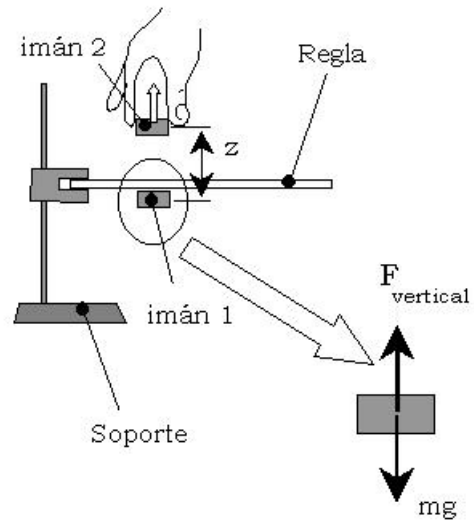


Solución Problema 2

Existen varios montajes experimentales que permiten la determinación del momento magnético. Aquí discutiremos tres de ellos.

1) Atracción frontal entre imanes

La figura muestra el montaje experimental que proponemos para medir el momento magnético a través de la atracción entre imanes según el eje de simetría. La idea consiste en colocar dos imanes a ambos lados de una superficie diamagnética horizontal (puede usarse una de las reglas sostenida mediante el soporte universal y una pinza), de modo que la fuerza atractiva haga que el imán de abajo no caiga. Entonces, debemos ir separando el imán de la cara superior hacia arriba (dirección positiva del eje z), hasta que la fuerza de atracción sobre el de abajo sea menor que la fuerza de gravedad, y éste caiga. La idea es medir la distancia entre imanes en el momento justo en que esto ocurre y, mediante ella, calcular el momento magnético.



El equilibrio de fuerzas en el momento en que el imán de abajo está a punto de caer, se puede escribir, usando (E1.1),

$$\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi z^4} = Mg \Rightarrow m = z^2 \sqrt{\frac{2\pi}{3\mu_0} Mg} \approx 57 z^2 \tag{RE1.1}$$

Los resultados de nuestro experimento, son:

h (cm)	m (Am^2)	$\langle m \rangle$ (Am^2)	Desviación standard, σ (Am^2)	$\delta m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Am^2)
2.0	0.022	0.023	0.001	0.0003
2.0	0.022			
2.1	0.025			
2.1	0.025			
2.1	0.025			
2.0	0.022			
2.0	0.022			
2.0	0.022			
2.1	0.025			
2.0	0.022			

Teoría de errores

En la tabla, la desviación standard ha sido calculada como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (m_i - \langle m \rangle)^2}{9}} \quad \text{donde} \quad \langle m \rangle = \frac{1}{n} \sum_i x_i \quad (\text{RE1.2})$$

mientras que el error aleatorio ha sido calculado como

$$\delta m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{RE1.3})$$

El error total de la medición está dado por

$$E = \sqrt{e_m^2 + \delta m^2} \quad (\text{RE1.4})$$

donde e_m es el error instrumental, que, en nuestro caso, ha sido calculado mediante la expresión

$$\frac{e_m}{m} = 2 \frac{e_z}{\langle z \rangle} + \frac{1}{2} \frac{e_M}{M} = 0.125 \Rightarrow e_m \approx 0.003 \text{ Am}^2 \quad (\text{RE1.5})$$

donde e_z y e_M son los errores en las determinaciones de la distancia y de la masa, respectivamente. Entonces, el error total vale:

$$E = \sqrt{e_m^2 + \delta m^2} \approx e_m \approx 0.003 \text{ Am}^2 \quad (\text{RE1.6})$$

Así que podemos expresar el valor medido de la magnetización como:

$$m = 0.023 \pm 0.003 \text{ Am}^2$$

Aunque no forma parte de la respuesta que se espera del ejercicio, vale la pena estimar la magnetización remanente para compararla con la que el fabricante de los super-imanés reporta:

$$B_r = \frac{\mu_0 \langle m \rangle}{\text{volumen del iman}} \approx 0.9720 \text{ T} \approx 9720 \text{ G} \quad (\text{RE1.7})$$

Este resultado coincide relativamente bien con el valor reportado por el fabricante, que es de 10800 G.

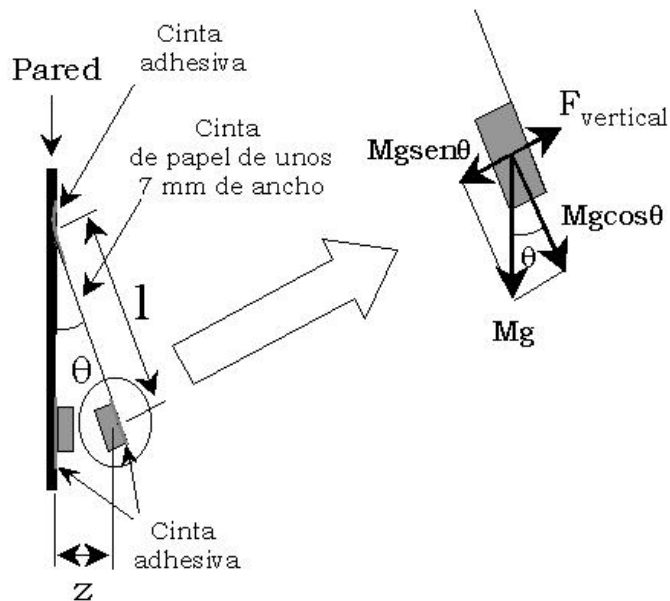
2) Repulsión frontal entre imanes usando un péndulo

La figura muestra el montaje experimental que proponemos para medir el momento magnético a través de la repulsión entre imanes según su eje de simetría.

El equilibrio de fuerzas en el momento en que el imán de abajo está a punto de caer, se puede escribir, según (E1.1), como

$$\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi z^4} = Mg \sin \theta = Mg \frac{z}{l} \Rightarrow m = z^{5/2} \sqrt{\frac{2\pi Mg}{3\mu_0 l}} \approx 256 z^{5/2} \quad (\text{RE1.8})$$

donde la fórmula ha sido evaluada para un péndulo con $l = 5 \text{ cm}$.



z (cm)	m (Am ²)	$\langle m \rangle$ (Am ²)	Desviación standard, σ (Am ²)	$\delta m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Am ²)
2.2	0.019	0.0212	0.0019	0.0007
2.4	0.022			
2.2	0.019			
2.3	0.020			
2.4	0.022			
2.3	0.020			
2.5	0.025			
2.4	0.022			
2.4	0.022			
2.3	0.020			

Teoría de errores

En este caso, el error instrumental vale

$$\frac{e_m}{\langle m \rangle} = \frac{5}{2} \frac{e_z}{\langle z \rangle} + \frac{1}{2} \frac{e_M}{M} + \frac{1}{2} \frac{e_l}{l} = 0.16 \Rightarrow e_m \approx 0.003 \text{ Am}^2 \quad (\text{RE1.9})$$

y el error total en el momento magnético está dado por

$$E = \sqrt{e_m^2 + \delta m^2} \approx e_m \approx 0.003 \text{ Am}^2 \quad (\text{RE1.10})$$

Así que podemos expresar el valor medido de la magnetización como:

$$m = 0.020 \pm 0.003 \text{ Am}^2$$

La magnetización remanente da en este caso:

$$B_r = \frac{\mu_0 \langle m \rangle}{\text{volumen del iman}} \approx 0.8330 T \approx 8330 G \quad (\text{RE1.11})$$

Este resultado coincide relativamente bien con el valor reportado por el fabricante, que es de 10800 G, aunque está más lejano que el reportado por el método anterior.

Vale la pena hacer notar que el método del péndulo implica varios errores sistemáticos.

Uno de ellos es que la deflexión es tan grande, que los imanes no quedan realmente paralelos cuando las fuerzas está equilibradas, lo cual implica que la fórmula para F_{vertical} que se da como dato sea menos apropiada en este caso. Uno podría pensar que este problema se puede resolver tomando un péndulo más largo (por ejemplo, de 10 cm de longitud), pero entonces el péndulo se torna inestable, de modo que el imán a él pegado tiende a voltearse para quedar pegado al de la pared.

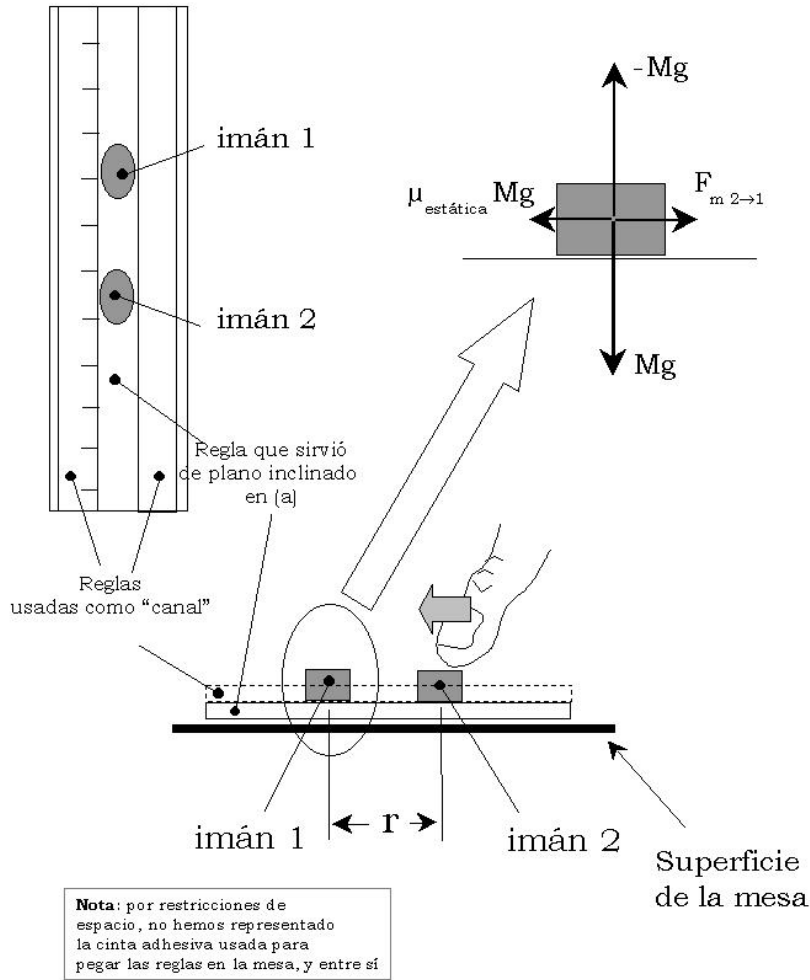
Otro error sistemático del montaje es que el papel no está totalmente exento de fuerzas elásticas, que no han sido tomadas en cuenta en la ecuación del equilibrio de fuerzas.

3) Repulsión lateral entre imanes sobre una superficie horizontal

El experimento se puede realizar usando una regla en posición horizontal ($\theta = 0^\circ$). La idea es depositar uno de los imanes sobre el plano, e ir acercando lentamente el segundo, hasta que la fuerza de repulsión haga moverse el primero. Para evitar movimientos laterales, se recomienda pegar dos reglas sobre la superficie del plano de modo que se defina una "canal" casi ajustada al diámetro de los imanes (ver figura).

Si la distancia entre imanes a la cual el imán 1 comienza a moverse por el efecto de la fuerza de repulsión magnética con el imán 2 vale r , el equilibrio de fuerzas se puede representar así, recordando (F1.2):

$$\frac{3\mu_0 m^2}{4\pi r^4} = \mu_{\text{estática}} Mg \Rightarrow m = 2r^2 \sqrt{\frac{\pi\mu_{\text{estática}} Mg}{3\mu_0}} \approx 61 r^2 \quad (\text{RE1.12})$$



Los resultados de nuestro experimento, son:

r (cm)	m (Am^2)	$\langle m \rangle$ (Am^2)	Desviación standard, σ (Am^2)	$\delta m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (Am^2)
2.0	0.024	0.025	0.008	0.0025
2.1	0.026			
2.2	0.029			
2.0	0.024			
1.9	0.021			
2.0	0.024			
2.2	0.029			
1.9	0.021			
2.0	0.024			
2.2	0.029			

El error instrumental en m está dado por

$$\frac{e_m}{m} = \frac{2e_r}{r} + \frac{E_\mu}{\mu} + \frac{e_M}{M} = 0.21 \Rightarrow e_m \approx 0.21 \langle m \rangle \approx 0.005 \text{ Am}^2$$

(RE1.13)

Por lo tanto, el error total en el momento magnético, vale

$$E = \sqrt{e_m^2 + \delta m^2} \approx 0.006 \text{ Am}^2 \quad (\text{RE1.14})$$

Así que podemos expresar el valor medido del momento magnético como $m = 0.025 \pm 0.006 \text{ Am}^2$

Aunque no forma parte de la respuesta que se espera del ejercicio, vale la pena calcular la magnetización remanente para compararla con la que el fabricante de los super-imanés reporta:

$$B_r = \frac{\mu_0 \langle m \rangle}{\text{volumen del iman}} \approx 1T \approx 10000 \text{ G} \quad (\text{RE1.15})$$

Este resultado coincide muy bien con el valor reportado por el fabricante.