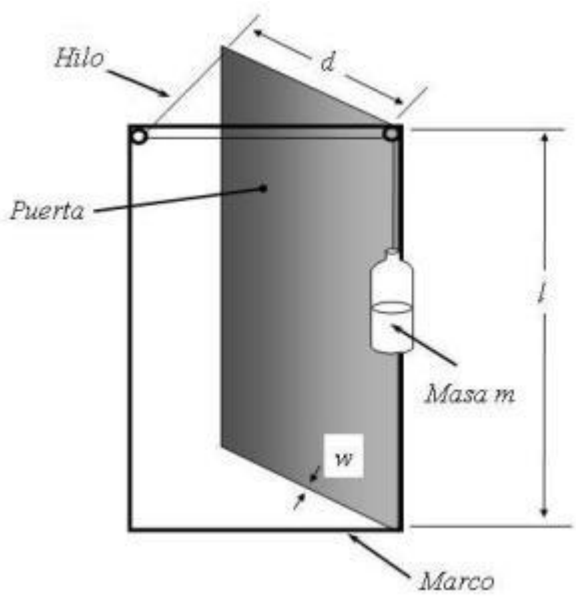
PRUEBA TEORICA

Problema 1

Sistema gravitacional para el cerrado de puertas

Cierto administrador de cine tacaño, para no comprar un brazo hidráulico comercial, ha diseñado el dispositivo que se muestra esquemáticamente en la figura para que la puerta de su establecimiento, cuya masa es M, se cierre automáticamente cuando la dejan abierta.



Exactamente al extremo superior de la puerta se ata el extremo de un hilo sin masa que se desliza por dos aros cuyas dimensiones pueden despreciarse y que están fijos al marco de la puerta. Del otro extremo del hilo se cuelga una botella ligera que contiene una masa m de agua mucho menor que la masa de la puerta ($m << M$). La puerta, de ancho d y altura l = 2.0 m, está formada por una plancha de vidrio de grosor w = 10 mm y una densidad r = 5.0 g/cm^3. El principio de trabajo del dispositivo es sencillo: si la puerta queda abierta, y puede hacerlo hasta un ángulo máximo de 90 grados, el frasco con agua desciende por su peso, haciendo que la puerta se cierre debido a la fuerza trasmitida por el hilo. Suponemos en adelante que al cerrarse completamente la puerta se produce un choque perfectamente inelástico y no se consideran en ningún lugar del sistema fuerzas de rozamiento que pudieran existir.

Recuerde que el momento de inercia de una placa de masa M, según un eje paralelo a uno de sus lados verticales y que pasa por su centro, es $I = \frac{ML^2}{12}$, donde L es la longitud del lado perpendicular al eje.

1.1

Si el tipo de vidrio de la puerta soporta sin astillarse una velocidad de impacto máxima en el borde de la puerta $v_{max} = \frac{\varphi}{ld}$, donde $\varphi =$ 3.0 m^3/s, y la masa de agua en la botella es m = 1.0 kg, ¿qué condición impondría usted al ancho de la puerta para que ésta no se rompa al cerrarse? Suponga que el hilo es inextensible.

1.2

Suponga ahora que en el momento del portazo el hilo deja de ser inextensible y se comporta como un resorte de constante elástica k = 10 N/mm hasta que se ejerce sobre él una tensión límite T_{lim} = 200 N, por encima de la cual se rompe. ¿Cuál es la masa máxima de agua que puede ser introducida en la botella sin que el hilo se rompa tras cerrarse la puerta?

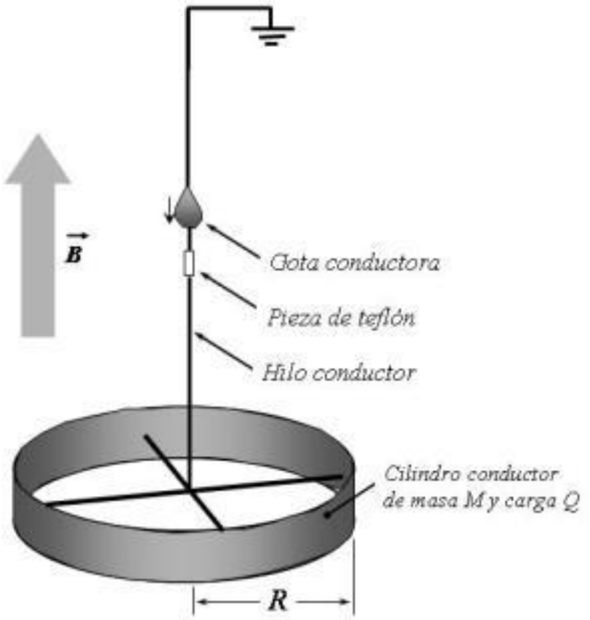
1.3

Alguien ha abierto lentamente la puerta del cine hasta dejar una pequeña separación de 5.0 cm entre el borde de la puerta y el marco. Sin embargo, al darse cuenta de que lo que están exhibiendo es ?Gladiator II?, se arrepiente de entrar y suelta la puerta. En caso de que la puerta tuviese un ancho d = 80 cm y la masa de agua fuese m = 1.0 kg, ¿qué tiempo tardaría en cerrarse?

Problema No. 2

Una paradoja de Feynman

Sea el sistema descrito en la figura. Una cinta metálica de forma cilíndrica muy fina, con carga Q y masa M, cuelga de un hilo conductor formando un péndulo de torsión cuyo coeficiente (torque necesario para hacer girar un radián a la cinta), es K. Supongamos que el radio de la cinta es R, y que ésta se sostiene por medio de una cruceta conductora soldada tanto a la cinta como al filamento de suspensión. Este último está interrumpido por un pequeño segmento de teflón, que es un excelente aislante eléctrico. Todo el sistema se encuentra inmerso en un campo magnético B, paralelo al hilo de suspensión.



Describamos ahora la situación en la cual se produce la paradoja. Considere que una pequeña gota de líquido conductor se desliza por el hilo sin intervención de ningún ente exterior hasta alcanzar el segmento de teflón y establecer continuidad eléctrica en toda su longitud. Al ocurrir esto, s*e observa que la cinta gira, lo cual parece violar la ley de conservación del momento angular*. Esta es justamente la paradoja que le invitamos a analizar.

En adelante, desprecie la resistencia de los filamentos y de la gota conductora, así como la masa de los hilos conductores. Suponga que el sistema está en el vacío y que la cinta no gira apreciablemente durante la descarga.

2.1

Determine el momento angular que adquiere la cinta inmediatamente después de la descarga, en función de Q, R y B.

2.2

Obtenga una expresión para el ángulo máximo que gira la cinta después de la descarga.

2.3

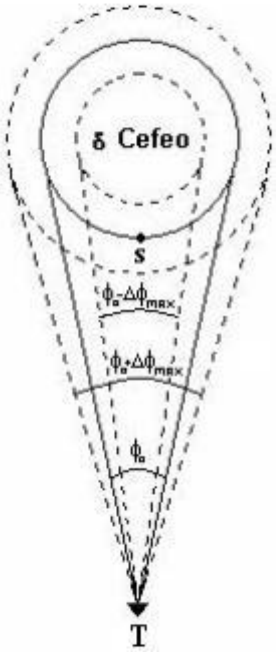
Suponga que la bobina que produce el campo posee un radio infinito. Indique entonces qué ente físico de los que constituyen el sistema (cinta metálica, hilos conductores, campo electromagnético?) pierde el momento angular que gana la cinta.

A Y U D A : Un péndulo de torsión es análogo a un sistema masa-resorte, donde todos los parámetros y leyes de la traslación tienen sus análogos en la rotación. Por ejemplo, la deflexión del resorte tiene su análogo en el ángulo que rota el péndulo de torsión; $F = kx$ tiene su análogo en $\tau = K\theta$, etc.

Problema No. 3

Observando la estrella δ de Cefeo

La estrella δ de Cefeo es una representante típica del numeroso grupo de estrellas pulsantes conocidas como cefeidas clásicas. Estas estrellas se caracterizan por variaciones periódicas del brillo, asociadas a pequeñas oscilaciones de sus radios.



Se conoce que el período de estas oscilaciones para δ de Cefeo es τ, y que en este proceso el diámetro angular, medido desde un observatorio T en la Tierra, varía entre $\phi_0 - \Delta\phi_{max}$ y $\phi_0 + \Delta\phi_{max}$ (ver figura), todos ángulos muy pequeños. Se conoce también que debido al conocido efecto Doppler, la luz de longitud de onda λ, correspondiente a cierta transición en el átomo de helio, y que es emitida desde el punto S en la superficie de la estrella en el instante en que la velocidad de expansión es máxima, está desplazada en $\Delta\lambda$. Con estos datos, veremos que es posible determinar la masa *M* de δ de Cefeo y la distancia *L* a la que la estrella se encuentra de nosotros. Para esto, consideraremos δ de Cefeo como una esfera de gas caliente que se dilata y contrae adiabáticamente y despreciaremos tanto el movimiento de la Tierra como cualquier efecto relativista.

3.1

Suponga que el movimiento pulsatorio de δ de Cefeo puede considerarse armónico simple. Determine la distancia *L* desde el centro de esta estrella hasta el observatorio terrestre a partir del desplazamiento Doppler $\Delta\lambda$ de la línea λ, en función de parámetros observados desde T y la velocidad de la luz en el vacío, *c*. Tenga en cuenta que para el desplazamiento Doppler de una señal luminosa emitida por una fuente que se acerca o aleja del receptor a una velocidad v, se cumple la expresión $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$.

Para responder las siguientes preguntas, concentre su atención en la expresión de la 2a Ley de Newton para un pequeñísimo volumen de la estrella que encierra una pequeña masa *m*, ubicado muy cerca de la superficie de la estrella. Sobre este volumen actúa una fuerza $P \cdot A$, correspondiente a la presión *P* que le empuja hacia fuera, y la atracción de prácticamente toda la masa *M* de la estrella. Tenga en cuenta que el área de la sección del pequeño volumen es $A = \Omega \cdot R^2$, donde *R* es la posición radial de la masa *m* y Ω es una constante.

3.2

Denotemos por un subíndice ?0? las magnitudes correspondientes a la posición de equilibrio de la estrella. Obtenga una expresión para la presión en el equilibrio, P_0, en función de m, ϕ_0, Ω $\Delta\lambda$, , λ, , *M* y la constante gravitacional *G*.

3.3

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en 3.1) y 3.2), halle una expresión para la frecuencia de oscilación de δde Cefeo en función de *M*, *L* , ϕ_0, , el exponente adiabático γ y la constante de gravitación universal *G*. A partir de esta expresión, determine la masa *M* de δde Cefeo en función de γ, *G* , *c* y los parámetros observados descritos en el segundo párrafo del enunciado.

Si $\Delta R = R - R_0$, y teniendo en cuenta que las oscilaciones son pequeñas, utilice la aproximación $\left(1+\frac{\Delta R}{R_0}\right)^{\alpha} \approx 1 + \alpha\frac{\Delta R}{R_0}$. Considere que en un proceso adiabático se cumple que PV^{γ} es constante, donde *P* y *V* son la presión y el volumen del gas, respectivamente.