SOLUCIÓN PROBLEMA 2

a) Para el satélite en órbita elíptica:

Radio del perihelio: $R_p = R_{Venus} = 108.21 \times 10^6$ km

Radio del apohelio: $R_a = T_{Tierra} = 149.59 \times 10^6$ km

Semi-eje mayor: $a_{sat} = \dfrac{R_a + R_p}{2} = 128.90 \times 10^6$ km

$$\left(\frac{T_{sat}}{T_{Tierra}}\right)^2 = \left(\frac{a_{sat}}{a_{Tierra}}\right)^3 = \left(\frac{128.90}{149.59}\right)^3 \quad \rightarrow \quad T_{sat} \cong 292 \text{ días, utilizando } T_{Tierra} = 365 \text{ días}$$

$$T_{transf} = \frac{T_{sat}}{2} = 146 \text{ días.}$$

b) Sea

$P_S = 4 \times 10^{23}$ kW la potencia irradiada por el Sol.
$P_N = 2$ kW la potencia que necesita la nave para funcionar.

Como la potencia que entrega el Sol por unidad de área es mayor mientras más cerca del Sol estemos, nos interesa el área de los paneles a la distancia Sol – Tierra. A esa distancia la potencia entregada por el Sol por unidad de área es:

$$\frac{P_S}{4\pi R_a^2}$$

Si A es el área de cada uno de los paneles, entonces la potencia colectada es:

$$2A\,\frac{P_S}{4\pi R_a^2}$$

Cómo sólo se aprovecha el 35% de eso tenemos que:

$$0.35\left(2A\,\frac{P_S}{4\pi R_a^2}\right) = 2 \text{ kW}$$

Resultando

$$A = 2\,008 \times 10^{-9} \text{ km}^2 \sim 2 \text{ m}^2$$

c) El momento de un fotón es:

$$p = \frac{h\upsilon}{c}$$

Por lo tanto la fuerza que ejerce la luz es:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{h\upsilon}{c\Delta t}$$

De esta forma:

$$P_r = \frac{F}{A} = \frac{\Delta p}{\Delta tA} = \frac{Nh\ \upsilon}{cA\ \Delta t} = \frac{1}{c}U_r$$

donde U_r es la energía irradiada por unidad de área y de tiempo.

d) Sabemos que si el panel es totalmente absorbente la fuerza ejercida por la radiación es:

$$F = P_r A = F_1$$

Si el panel es totalmente reflectante:

$$F = 2P_r A$$

Como uno de los paneles refleja el 50% entonces:

$$F = 1.5 P_r A = F_2$$

De esta manera la fuerza aplicada a cada panel es diferente generando un torque.
Sabemos que:

$$I\gamma = \overline{r_1} x \overline{F}_1 + \overline{r_2} x \overline{F_2}$$

donde I es el momento de inercia respecto al eje largo del cilindro.

$$I = I_{cil} + 2I_{paneles} = \frac{1}{2}Mr^2 + 2\left(\frac{1}{12}ma^2 + mr_1^2\right) \qquad r_1 = r + \frac{a}{2}$$

Resulta entonces que:

$$\gamma = \frac{-\left(r + \frac{a}{2}\right)P_r A + \left(r + \frac{a}{2}\right)1.5 P_r A}{I} = \frac{0.5\left(r + \frac{a}{2}\right)P_r A}{I}$$

$$P_r = 9.061 x 10^{-6}\ \mathrm{N / m^2}$$

calculada para la distancia Sol - Venus

$$I = 380\ \mathrm{kg\ m^2}$$

Resultando finalmente

$$\gamma = 3.58 x 10^{-8}\ 1/\mathrm{s}$$

e) La potencia absorbida por una placa tiene que ser igual a la irradiada a la temperatura de interés. Entonces:

$$\frac{P_S}{4\pi x^2} A = 2 A \sigma T^4$$

(Absorbe de un lado, irradia de los dos)

De esta manera:

$$x = \left(\frac{P_S}{8\pi\sigma T^4}\right)^{1/2} = 7.338\ x\ 10^6\,\mathrm{km}$$