XIV OLIMPIADA IBEROAMERICANA DE FISICA, CHILE 2009

SOLUCIÓN PRUEBA TEORICA

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA 1:

a) De la conservación de energía, se tiene

$$\frac{m}{2}v^2 - \frac{GmM_T}{R_T} = \frac{m}{2}v_\infty{}^2$$

donde v_∞ es la velocidad con que el proyectil llegaría al infinito. La velocidad de escape corresponde al caso $v_\infty = 0$. Luego,

$$\boxed{v_{Esc} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{2gR_T} = 1{,}1\times 10^4\, m/s}$$

b) La fórmula para el número de núcleos de Radio a tiempo ***t*** es

$$N(t) = N_0 \exp[-t/\tau],$$

de manera que ***N(t=1600 años)=N₀/2***. Eso significa **$\tau \approx$846.377 días**. Luego, al cabo de un día, quedan

$$N_0 \exp[-1/846.377] \approx N_0(1-1.18\times 10^{-6}),$$

núcleos de Radio sin decaer. En otras palabras, en un día decaen

$$\Delta N \approx (1.18\times 10^{-6})\times(6/226)\times 10^{23} \approx 3{,}14\times 10^{15},$$

lo que genera una cantidad de calor equivalente a

$$\boxed{\Delta Q \approx 3{,}14\times 10^{15} \times 4{,}87\text{MeV} \approx 1{,}5\times 10^{16}\times 1{,}6\times 10^{-13} J \approx 2\,447\text{J}.}$$

SOLUCION DEL PROBLEMA 2:

a) La energía cinética es la diferencia entre la energía de una partícula y su energía en reposo, $T = E - mc^2 = mc^2(\gamma - 1)$, que para bajas velocidades se puede aproximar por $T \approx mv^2/2$. De la conservación de energía, se tiene

$$M_0 c^2 = T_{Rn} + M_{Rn} c^2 + T_\alpha + M_\alpha c^2,$$

o bien,

$$Q \equiv (M_0 - M_{Rn} - M_\alpha) c^2 = T_{Rn} + T_\alpha = 4{,}87\,\text{MeV},$$

En el sistema en que el núcleo de Radio está en reposo se tiene, de la conservación de momentum,

$$0 = \mathbf{p}_{Rn} + \mathbf{p}_\alpha \Rightarrow |\mathbf{p}_{Rn}| = |\mathbf{p}_\alpha| \equiv p.$$

Dado que la energía cinética disponible es mucho menor que la masa de las partículas, la dinámica es prácticamente no-relativista. Luego,

$$T_\alpha = \frac{p^2}{2M_\alpha}, \text{ y } T_{Rn} = \frac{p^2}{2M_{Rn}},$$

Así, la energía cinética de la partícula alfa se relaciona con Q según

$$Q = T_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Rn}}\right),$$

de donde se puede despejar la energía cinética de la partícula alfa:

$$\boxed{T_\alpha \approx Q\left(1 + \frac{M_\alpha}{M_{Rn}}\right)^{-1} \approx 4{,}75\,MeV,}$$

b) La fórmula para el número de núcleos de Radio a tiempo t es

$$N(t) = N_0 \exp[-t/\tau],$$

de manera que $N(t = 1600 \text{ años}) = N_0/2$. Eso significa $\tau \approx 846.377$ **días**. Luego, al cabo de un día, quedan

$$N_0 \exp[-1/846.377] \approx N_0 (1 - 1.18 \times 10^{-6}),$$

núcleos de Radio sin decaer. En otras palabras, en un día decaen

$$\Delta N \approx (1.18 \times 10^{-6}) \times (6/226) \times 10^{23} \approx 3{,}14 \times 10^{15},$$

lo que genera una cantidad de calor equivalente a

$$\boxed{\Delta Q \approx 3{,}14 \times 10^{15} \times 4{,}87\,\text{MeV} \approx 1{,}5 \times 10^{16} \times 1{,}6 \times 10^{-13} J \approx 2\,447\,\text{J}.}$$

c) Un cuerpo de masa M y calor específico C, aumenta su temperatura en ΔT cuando absorbe una cantidad de energía Q, según

$$Q = CM\Delta T$$

En este caso,

$$\boxed{\Delta T = Q/(CM) = \frac{2{,}44 \times 10^3}{4{,}2 \times 10^3} = 0{,}58°K}$$

SOLUCION PROBLEMA 3:

a) Antes de soltar la cadena, la tensión a una altura z es

$$T(z) = \frac{M}{L} gz.$$

b) Justo después de soltar la cadena, cada trozo de ella acelera en caída libre y por lo tanto la tensión es nula en todas partes.

c) La fuerza sobre la balanza es la suma de dos contribuciones:

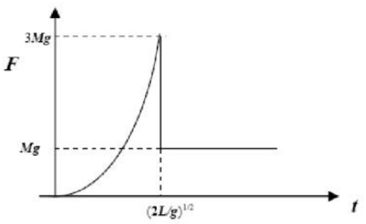
$$\mathrm{g} \times (\text{masa depositada hasta el instante } t) = g\,\frac{M}{L}\,\frac{gt^2}{2},$$

y la fuerza debida al ir   itando por unidad de tiempo,

$$\boxed{\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{M\Delta z}{L} v \frac{1}{\Delta t} = \frac{Mg^2t^2}{L}.}$$

Por lo tanto, la fuerza neta sobre el plato es $3Mg^2t^2/2L$. El tiempo que tarda la cadena en caer por completo es $t = \sqrt{2L/g}$ y en consecuencia, al caer el último eslabón, la balanza registra una fuerza de *3Mg*.

Gráfico aproximado:



SOLUCION PROBLEMA 4:

a) Si $\boldsymbol{P}$ es la potencia total radiada por el Sol, la intensidad que llega a la Tierra, antes de entrar en la atmósfera, es

$$I = \frac{P}{4\pi R^2},$$

La distancia $\boldsymbol{R}$ se encuentra de multiplicar la velocidad de la luz por el tiempo que tarde en llegar desde el Sol, $R = 500 \times 3 \times 10^8\, m = 1{,}5 \times 10^{11}\, m.$

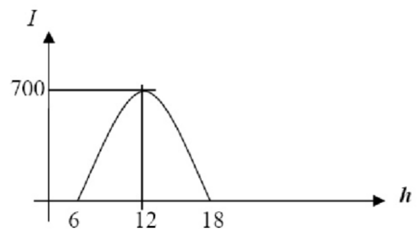
Así, la intensidad sobre la Tierra, antes de entrar en la atmósfera es

$$\boxed{I = \frac{4 \times 10^{26}}{4\pi \times (1{,}5 \times 10^{11})^2} W/m^2 \approx 1400 W/m^2.}$$

b) El 50% de esta potencia (≈ 700 W/m^2) llega a la superficie de la Tierra en el momento de máxima exposición solar. En cualquier otro momento, la sección que presenta el panel al flujo solar es proporcional al coseno del ángulo entre la vertical local y la dirección al Sol. A la hora $\boldsymbol{t}$, medida desde el medio día, la radiación que llega al panel es

$$\boxed{I_{Suelo} = 700\left[\cos\left((t-12)\frac{\pi}{12}\right)\right] Wm^{-2},\ 6 \le t \le 18,}$$

y en el resto del día la potencia es nula.



c) Con una eficiencia de 20%, la máxima potencia convertida en electricidad es

$$\boxed{w_{elect.,\,\mathrm{max.}} = 700 \times 0{,}2 W/m^2 = 140 W/m^2}$$

El promedio diario de la potencia es $1/\pi$ veces esta cantidad. Por lo tanto, se necesitan casi $23 \mathrm{x} 10^6$ m^2 = 23 km^2 para producir 1 GW en promedio diario.