

Problema 1: ¿Quién es más eficiente en la transferencia de energía: el Ser Humano o el Sol?

Se plantea el siguiente problema: ¿Podemos saber si el Ser Humano es más eficiente que el Sol en la transformación de energía por unidad de masa y por unidad de tiempo? Para ello se requiere encontrar la energía por unidad de masa emitida por el Sol, para finalmente compararla con la energía por unidad de masa procesada por un Ser Humano promedio. A continuación se les presenta un planteamiento simplificado del problema para llegar a una respuesta.

La energía emitida por unidad de tiempo por una estrella se denomina luminosidad (L). El Sol es una estrella que parece emitir mucha energía por unidad de tiempo en todas las direcciones del espacio, y lo suponemos isotrópico (es decir, que emite energía de igual forma en todas las direcciones). L se ha calculado con la siguiente relación $L = kS$ donde k es la llamada “constante solar” y S es la superficie esférica, centrada en el centro del Sol, y de radio igual a la distancia a la que se encuentra el aparato de medición al centro del Sol, en este caso en la Tierra. ¿Cómo se mide la constante solar? La constante solar es la cantidad de energía recibida en forma de radiación solar por unidad de tiempo y unidad de superficie, medida en la parte externa de la atmósfera terrestre en un plano perpendicular a los rayos solares. Los resultados de su medición con los satélites indican un valor promedio de $k = 1\,366\text{W/m}^2$.

Las mediciones para determinar L se realizan con telescopios que deben estar situados en lugares donde la atmósfera absorba lo menos posible la radiación solar. Lo que los telescopios reciben es una cantidad llamada “flujo” (F) que se define como la energía total recibida por segundo por cada metro cuadrado en el sensor, una cantidad que depende de la distancia D entre el astro y el lugar en el cual hacemos la medición. Si el Sol (estrella) tiene un flujo o brilla igual en todas las direcciones (flujo o brillo isotrópico), se utiliza la siguiente expresión para el flujo:

$$F = \frac{L}{4\pi D^2},$$

donde D es la distancia del emisor al sensor. En astronomía el valor aceptado para L (solar) es $3,827 \times 10^{26}$ W.

1. En un experimento realizado en uno de los telescopios que se encuentra sobre la superficie de la Tierra denominado VLT (Very Large Telescope) se determinó, utilizando filtros de diferentes longitudes de onda, que cada pixel de la cámara CCD (las cámaras CCD son dispositivos electrónicos muy sensibles, ideados para captar la luz y formar una imagen a partir de ella y significa "Dispositivo de Carga Acoplada") que

se encuentra en su foco recibe $3,0211 \times 10^{-7}$ W en promedio. Teniendo en cuenta que cada lado de un pixel mide 0,01500 mm, compare el valor de la constante solar determinada por medio de satélites con el valor de F medido utilizando el telescopio. (2,5 puntos).

2. En Astronomía se define el “*módulo de distancia*” como la diferencia entre los brillos aparente m y absoluto M de una estrella. Este módulo permite calcular la distancia a la estrella mediante la ecuación

$$m - M = 5 (\log D - 1),$$

donde D está dado en parsec. Un parsec es igual a $3,08568 \times 10^{16}$ m. El parámetro m representa el brillo de una estrella vista desde la Tierra, mientras que M sería el brillo aparente de una estrella si estuviese localizada a 10,00 parsec del Sol. Sabiendo que para el Sol $m = -26,80$ y $M = 4,800$, calcula la distancia D del Sol a la Tierra y compara la luminosidad del Sol (L) que ha sido aceptada, con la que se obtiene mediante la medición anterior de F y el valor obtenido de D . (3 puntos).

3. A partir del valor de D encontrado en el punto 2, suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es circular, sabiendo que el periodo de esta órbita es 365,242 días solares y que la constante de gravitación universal es $G = 6,674 \times 10^{-11}$ m³/kg s², determina la masa del Sol, M_S . Compárala con el valor aceptado $1,989 \times 10^{30}$ kg. (1,5 puntos).
4. Calcula la energía por unidad de masa y por unidad de tiempo producida por el Sol. (1,5 puntos).
5. Una persona de 80 kg necesita unas 2 000 kilocalorías por día que obtiene a través de los alimentos. Supon que el ser humano no almacena energía o almacena muy poca. Esto conduce a una transformación media de 1 W/kg. ¿Quién procesa más energía por unidad de masa y por unidad de tiempo, el Sol o una persona? Es decir, ¿cuál es más eficiente? Calcula la relación entre las dos eficiencias. (1,5 puntos).

Problema 2: Partículas contaminantes

En las salas de manufacturado de dispositivos de micro y nanotecnologías, como procesadores y memorias RAM, es esencial la ausencia de partículas en el ambiente. Actualmente el tamaño de los transistores que se integran en estos dispositivos es del orden de 30 nm, mientras que el radio de una partícula ambiental es del orden de 1 μm . Por ello, si una de estas partículas se deposita sobre el circuito durante el proceso de fabricación puede producir su pérdida. Para minimizar estas pérdidas, la fabricación se realiza en salas llamadas "blancas" donde hay un estricto control de la densidad de partículas en el aire

Considera una partícula esférica de radio $R = 1,0 \mu\text{m}$ en una sala blanca donde no hay corrientes de aire y la temperatura es constante. El aire puede considerarse como un fluido viscoso donde se cumple la *ley de Stokes*.

1. Indica, en un diagrama, las fuerzas que actúan sobre la partícula. Considera que el eje Z está en la dirección del campo gravitatorio. (1 punto).
2. Escribe la ecuación de movimiento de la partícula y encuentra la expresión de la velocidad límite. (Coeficiente de Stokes $6\pi\mu R$ y densidad del aire $\rho_a = 1,213 \text{ kg/m}^3$). (1,5 puntos).
3. Compara la velocidad límite en el caso de una partícula de Plomo $\rho_{\text{Pb}} = 11\,340 \text{ kg/m}^3$ y una partícula de Silicio $\rho_{\text{Si}} = 2330 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ y $\mu = 1,829 \times 10^{-5} \text{ kg/s m}$. (1 punto).
4. Representa, en forma aproximada y en un mismo gráfico, la velocidad límite en función del tamaño de la partícula en el rango desde $R_{\text{min}} = 0$ hasta $R_{\text{max}} = 10 \mu\text{m}$, para el Si y para el Pb. (1,5 puntos).
5. Calcula el tiempo de caída por metro para Plomo y Silicio, una vez alcanzada la velocidad límite. (1 punto).

NOTA: De esto se deduce que, a estas escalas tan pequeñas, incluso una partícula de uno de los elementos más pesados puede sedimentarse muy lentamente. Por ello, el flujo de aire y la presencia de partículas, deben estar muy controladas, ya que pueden quedar suspendidas en el aire por un tiempo no despreciable.

6. Considera el caso en que la partícula de radio ligeramente submicrónico, $R = 0,10 \mu\text{m}$, ha alcanzado su velocidad límite y que se encuentra a una altura $h = nR$ (n veces el radio) de una superficie metálica en la sala. Si se considera que la partícula está cargada superficialmente con una distribución de carga $\sigma = 1,0 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2$, indique en un diagrama las fuerzas que actúan sobre la partícula. (1 punto).

AYUDA: La interacción entre un plano conductor y una partícula cargada es equivalente a la interacción entre esta partícula y otra de carga igual y signo contrario, situada simétricamente al otro lado del plano. (*Método de las imágenes*).

7. Compara la fuerza electrostática en esta situación con la fuerza gravitacional en el caso de la partícula de Silicio $R = 0,10 \mu\text{m}$, para $n = 5$, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ N m}^2/\text{C}^2$, $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Suponga la partícula puntual y de carga $q = \sigma 4\pi R^2$. (2 puntos).

NOTA: De lo anterior se deduce que, en estas circunstancias, la interacción electrostática puede ser dominante. Por ello es necesario controlar la humedad ambiente y diseñar sistemas de descarga controlada de los dispositivos metálicos de la sala.

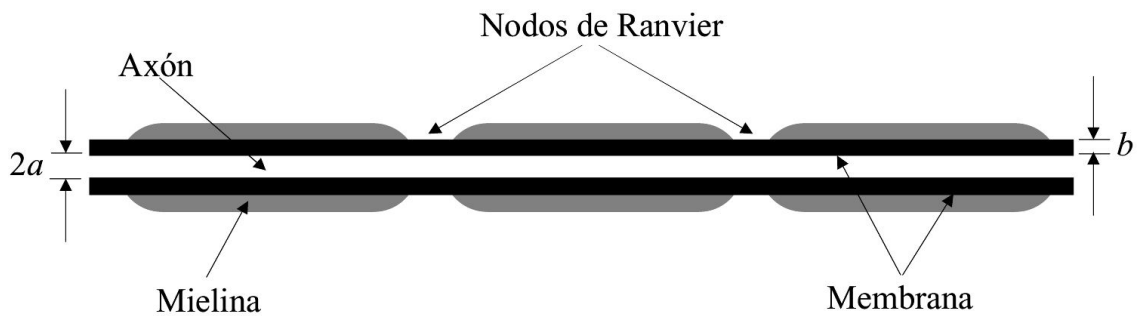
8. Representa, en forma aproximada y en un mismo gráfico, ambas fuerzas en función del tamaño de la partícula, desde $R_{\min} = 0$, hasta $R_{\max} = 50 \mu\text{m}$, para el caso del Si. Determine el radio límite por debajo del cual la fuerza electrostática domina la fuerza gravitacional. (1 punto).

Problema 3: Un modelo físico sencillo del funcionamiento del axón de una neurona

En la naturaleza hay una enorme cantidad de fenómenos que pueden representarse mediante circuitos eléctricos simples, como por ejemplo el flujo de iones a través de una membrana celular. Un sistema un poco más complejo es el axón o cilindro eje de una neurona. A pesar de que el sistema nervioso es una maravilla en lo que se refiere a la transmisión de la información, vamos a considerar un circuito simple que represente la transmisión de la señal a lo largo del axón.

Una membrana celular, cuyo espesor es $b = 7,00 \text{ nm}$, cubre un axón que tiene forma de cilindro de radio $a = 5,00 \text{ }\mu\text{m}$. La diferencia de potencial entre el exterior y el interior de la membrana es $V_0 = 70,0 \text{ mV}$. La sustancia con la que está hecha la membrana (lípidos) es un dieléctrico no ideal de constante $k = \epsilon/\epsilon_0 = 8,00$, ($\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$) y de resistividad $\rho_m = 1,60 \times 10^7 \text{ }\Omega\text{m}$. Con esos datos podemos modelar la membrana como un circuito RC.

El plasma del axón es conductor (no perfecto), con resistividad $\rho_a = 0,500 \text{ }\Omega\text{m}$. En vista de que la membrana tiene corrientes de fuga radiales, cuando se transmite un impulso eléctrico por el axón, este impulso se atenúa. Por ello la naturaleza ha provisto una sustancia aislante que cubre la membrana del axón, llamada mielina, que juega el papel de plástico aislante del hilo conductor. En este caso la atenuación se debe solamente a la resistencia del plasma del axón y no a las corrientes de fuga que se transmiten por la membrana. Por esa razón el impulso debe ser regenerado cada cierta distancia. Para ello se origina un intercambio de carga entre el exterior y el interior del axón (flujo de iones) a través de canales en la membrana. En esos canales se tiene ausencia de mielina, y son llamados nodos de Ranvier.



1. Suponiendo que la membrana se puede considerar un condensador plano de espesor b , determina:
 - a) la magnitud del campo eléctrico en el interior de la membrana del axón. (1 punto).
 - b) la densidad superficial de carga. (1 punto).

2. ¿Cuál es la capacidad (capacitancia) por unidad de superficie de la membrana? (1 punto).
3. Calcula la conductancia radial (inversa de la resistencia) de la membrana por unidad de superficie. (1 punto).
4. Calcula la constante de tiempo τ del circuito RC equivalente. (1 punto).
5. Calcula la resistencia axial (longitudinal) del axón por unidad de longitud. (1 punto).
6. Calcula la longitud crítica L_C del axón para la cual su resistencia longitudinal es igual a la resistencia radial de la membrana. (2 puntos).
7. ¿Qué implicaciones tendría que la longitud del axón fuese mayor que la longitud crítica? Justifica tu respuesta. (2 puntos).