Problema 1. Escalas atómicas.

El modelo atómico de Thomson de 1904 suponía una esfera de carga uniforme positiva, con los electrones incrustados en ella (modelo del *budín de pasas*). Sin embargo, los experimentos de 1909 de Rutherford y sus colaboradores permitieron descubrir características más detalladas del átomo; en esos experimentos, se bombardearon con partículas alfa (núcleos de helio) láminas delgadas de oro. De acuerdo con el modelo de Thomson, se esperaba que las partículas alfa se deflectaran menos de 0.02º, y aunque la mayoría no se desviaban de su trayectoria, una de cada ocho mil partículas se deflectaba un ángulo mayor que 10º, y en algunos pocos casos el ángulo de deflexión llegaba a 90º o incluso a 180º. Rutherford expresó entonces que "fue el acontecimiento más increíble de mi vida. Era casi tan increíble como si hubiera disparado un proyectil de 15 pulgadas en un pedazo de papel de seda, se devolviera y me golpeara".

1. Determine el valor de la velocidad de las partículas alfa producidas en la desintegración del isotopo de Polonio-210 en la reacción: **(4 puntos)**

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$$

2. Considere una partícula alfa como la de la pregunta anterior, que se aproxima a un núcleo de oro y se deflecta 180º. Mediante consideraciones energéticas, obtenga una expresión para una cota superior del radio de ese núcleo. Calcule su valor. **(3 puntos)**

3. En 1913, Bohr, inspirado en el modelo atómico planetario de Rutherford, propuso cuantizar el momento angular de los electrones que orbitan al núcleo, de acuerdo con la relación:

$$L = n\mathrm{h},$$

donde h es la constante de Planck dividida entre 2π y n = 1,2,3... Utilice este modelo para determinar el radio mínimo del átomo de hidrógeno. **(3 puntos)**

Valores de algunas constantes físicas

Rapidez de la luz: $c = 2.998 \times 10^{8}$ m/s

Carga elemental: $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C

Constante de Planck: $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J·s

Masa del electrón: $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$ kg

Masa del protón: $m_p = 1.673 \times 10^{-27}$ kg

Permitividad del vacío: $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

Unidad de masa atómica: 1.661×10^{-27} kg

Numero atómico del oro (Au) : $Z_{Au} = 79$

Masa del Polonio $M_{Po} = 209.982857$ u
Masa del Plomo $M_{Pb} = 205.974449$ u
Masa del Helio $M_{He} = 4.002603$ u

Solución

Problema 1. Escalas atómicas.

a) De la reacción: ${}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$

Donde el Polonio-210 se encuentra en reposo, por lo que al emitir una partícula alfa y crearse el plomo-206 se debe conservar el momento lineal

$$\vec{P}_{Po} = \vec{P}_{Pb} + \vec{P}_{He}$$

Ya que el Polonio-210 está en reposo, por lo que $\vec{P}_{Po} = 0$ y en consecuencia

$$\vec{P}_{Pb} = -\vec{P}_{He}$$

Para la energía de enlace

$$E = (M_{Po} - M_{Pb} - M_{He})c^2 = \Delta M c^2$$

En la desintegración también se debe conservar la energía:

$K = K_{Pb} + K_{He}$ usando la definición de energía cinética $K = \frac{P^2}{2m}$

$K = \frac{P_{Pb}^2}{2M_{Pb}} + \frac{P_{He}^2}{2M_{He}}$ sustituyendo la conservación del momento

$$K_{He} = \frac{M_{Pb}}{M_{Pb} + M_{He}}(M_{Po} - M_{Pb} - M_{He})c^2$$

Por lo que la velocidad de las partículas alfa (${}^{4}_{2}He$) resultante es

$$v_{He} = \left(\sqrt{\frac{2M_{Pb}}{(M_{Pb} + M_{He})M_{He}}\Delta M}\right)c$$

$$v_{He} = 0.053\ c$$

b) Para cuando las partículas alfa llegan y colisionan con los núcleos de oro, en el instante que se detienen, suponemos solo la interacción del potencial Coulombiano, despreciando las otras interacciones, tenemos en término de la conservación de la energía.

$$K_{He} = U_e$$

$$\frac{M_{Pb}}{M_{Pb} + M_{He}}\Delta M c^2 = \frac{e^2 Z_{He} Z_{Au}}{4\pi\epsilon_0\, r}$$

Por lo que

$$r = \frac{e^2 Z_{He} Z_{Au}}{4\pi\epsilon_0\, \Delta M c^2}\left(\frac{M_{Pb} + M_{He}}{M_{Pb}}\right)$$

$$r = 42.93\ fm$$

Si calculamos el radio usando

$$r = (1.2x10^{-15}m)A^{\frac{1}{3}} = 5.15\ fm$$

Siendo este radio 8 veces más pequeño que el predicho por el modelo de Rutherford, pero prediciendo el orden de magnitud del núcleo.

c) Igualando la fuerza Coulombiana a la fuerza radial se tiene

$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$;

y usando el momento angular propuesto por Bohr se obtiene la rapidez tangencial

$$v = \frac{n\hbar}{r\, m_e}$$

Sustituyendo en la expresión de la fuerza para obtener

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} n^2$$

resultando para n=1, el radio de Bohr $= 0.53$ Å