OLIMPIADA ARGENTINA DE FISICA 1999

OAF'99

PRUEBA TEÓRICA - 13 de Octubre de 1999

- Escriba su nombre en todas las hojas y enumere las mismas.
- Utilice solo las hojas provistas.
- Recuerde que no se puede utilizar calculadoras programables ni ningún otro material que no esté incluido en la prueba, aparte de los útiles de escritura.
- Antes de empezar a resolver cada problema lea cuidadosamente TODO el enunciado del mismo.

Nombre:

Número de hojas entregadas:

Problema 1

Un cuerpo que puede oscilar libremente alrededor de un eje de suspensión, bajo la acción de su propio peso, constituye un péndulo físico. Si el cuerpo tiene masa M y la aceleración de la gravedad en el lugar en que se encuentra es g, se demuestra que el período de oscilación, para pequeños apartamientos de la posición de equilibrio está dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}} \qquad (1)$$

donde I es el momento de inercia del cuerpo respecto del eje de suspensión, y d es la distancia del eje al centro de masa del cuerpo.
Un ejemplo simple está dado por una varilla homogénea de longitud l, suspendida por uno de sus extremos, tal como muestra la figura 1.

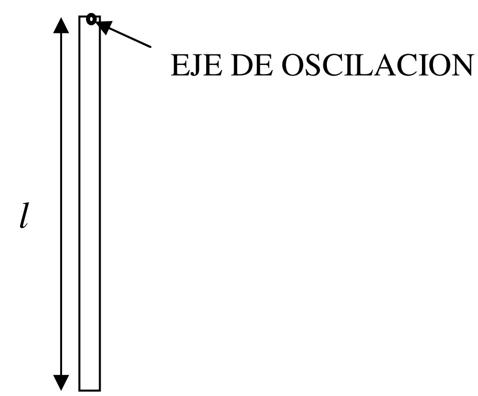


Figura 1

Si las dimensiones transversales de la varilla son pequeñas respecto de l, el momento de inercia respecto de un eje perpendicular a la varilla y que pasa por uno de sus extremos es:

$$I = \frac{Ml^2}{3}$$

> **Pregunta 1:**
> **Para una varilla de cobre de *55cm* de longitud, cuya masa *M=500g*, ¿cuál es el período de oscilación si la gravedad en el lugar es $g=9.79m/s^2$?**

Hoy sabemos que los primeros relojes de precisión se construyeron basándose en la regularidad del período de un péndulo que está en la práctica constituido por un cuerpo metálico, y para el cual el período está dado por la ecuación (1). Cuando se requiere gran estabilidad en el período de oscilación, ante cambios en las condiciones exteriores, es necesario tener en cuenta que las dimensiones de un cuerpo se alteran al variar la temperatura ambiente, de acuerdo con la ley de dilatación lineal para un cuerpo homogéneo:

$$\Delta l = \alpha \, l \, \Delta t$$

donde l es la longitud inicial, Δl su variación ante un cambio Δt en la temperatura y α es el coeficiente de dilatación lineal.

Pregunta 2
Si el valor del período calculado anteriormente corresponde a un temperatura ambiente de 20^0C , ¿cuál es el nuevo período del péndulo si la temperatura ambiente subió hasta los 30^0C y el coeficiente de dilatación lineal del cobre es α=0.0000165 $^0C^{-1}$?

Pregunta 3
¿Cuál es el cambio en el número de períodos en un lapso de *24* horas, ante este cambio temperatura?

El problema que implica la dilatación térmica para la estabilidad del período del péndulo puede mejorarse, mediante un diseño que hace uso de este mismo efecto para compensarlo. Consideremos como ejemplo el péndulo físico de la figura 2, el que está constituido por dos varillas de distinto material unidos por sus extremos, con el eje de suspensión pasando por la unión de las dos varillas, en forma perpendicular a esta. Por simplicidad suponemos que las dos varillas tienen igual masa M, sus longitudes a 20^0C son l_1 y l_2 y α_1 y α_2 son sus coeficientes de dilatación lineal. Las dimensiones transversales de ambas varillas son pequeñas con respecto a sus longitudes.

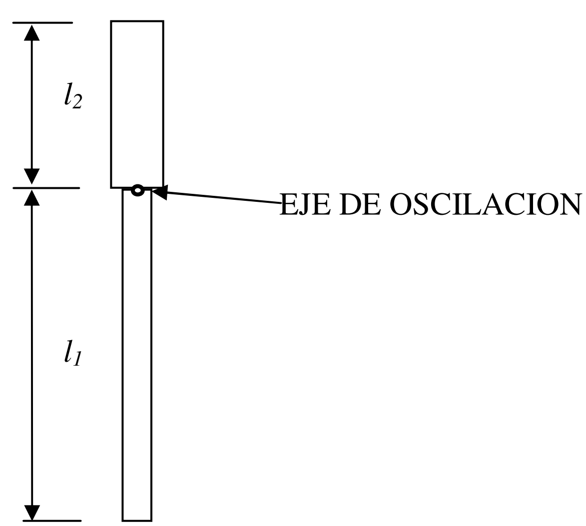


Figura 2

Pregunta 4

Muestre que la expresión del período de oscilación de este péndulo para $l_1 > l_2$ está dada por

$$T = 2\pi\sqrt{k\frac{(l_1^2 + l_2^2)}{g(l_1 - l_2)}}$$

y encuentre el valor numérico de la constante *k*

Ayuda: el momento de inercia de un cuerpo respecto de un cierto eje es la suma de los momentos de inercia de cada una de las partes del cuerpo, respecto de ese mismo eje.

Pregunta 5

¿Cuál es la dependencia con la temperatura, del período calculado en el punto anterior, en la aproximación lineal en $\Delta t=(t-20^0C)$?. Para esto tenga en cuenta que $\alpha_1 \Delta t<<1$ y $\alpha_2 \Delta t<<1$ (<< significa mucho menor).

Ayuda: Si $x<<1$ entonces se verifica aproximadamente que para cualquier *r* entero

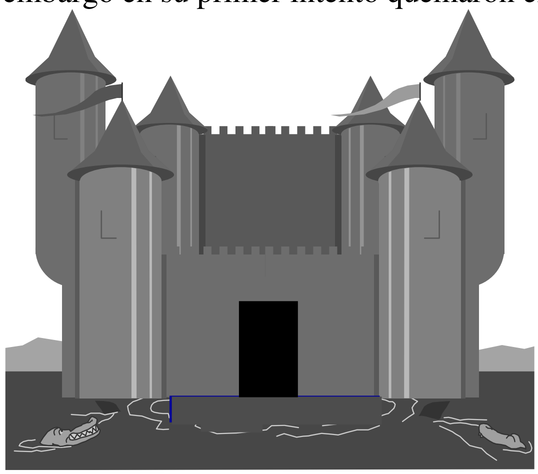
$$(1+x)^r \approx 1+rx$$

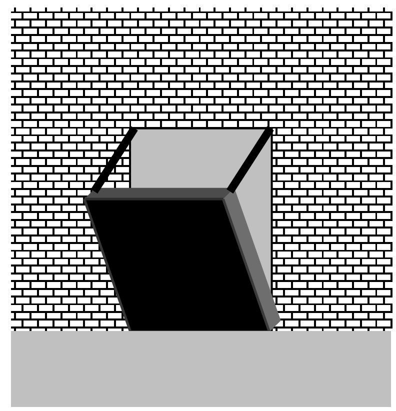
Pregunta 6

Para el caso que $l_1 = 2l_2$, ¿cuál es la condición que se debe cumplir entre α_1 y α_2 para que el período T no dependa de Δt en la aproximación lineal?

Problema 2

Una tradicional familia inglesa ha decidido reciclar su castillo del siglo XII contratando a tal fin a un afamado estudio de arquitectos. El principal inconveniente que enfrentan los encargados de la obra es la automatización del puente levadizo que permite el acceso al castillo sobre un foso con cocodrilos. Debido al deterioro que presenta es necesario reemplazar las cadenas que sirven para izarlo e incorporar un motor eléctrico para levantar o bajar el puente levadizo. Los arquitectos eligieron unas hermosas cadenas doradas y agregaron un motor cuyo color de carcaza estaba a tono con las cadenas; sin embargo en su primer intento quemaron el motor y luego las cadenas se rompieron.





Para solucionar este problema el estudio de arquitectos decide encarar el problema de una manera más científica y decide subcontratarlo a usted con el propósito que les realice todos los cálculos necesarios para realizar la elección de la cadena y el dispositivo de motor más conveniente. A tal fin ellos le efectúan una serie de preguntas que usted debe responder:

a) El puente levadizo está construido con madera maciza, siendo sus dimensiones 5 m de largo, 2 m de ancho y 20 cm de espesor (la densidad de la madera es 1.2 gr/cm^3). El puente puede rotar alrededor un eje que se apoya en la base de la entrada al castillo, y a cada lado del otro extremo están sujetas sendas cadenas que permiten izarlo y ponerlo en posición vertical u horizontal. Suponiendo que el puente debe izarse muy lentamente:

   a1) ¿cuál es la fuerza que deben ser capaces de soportar las cadenas en función del ángulo de inclinación del puente?

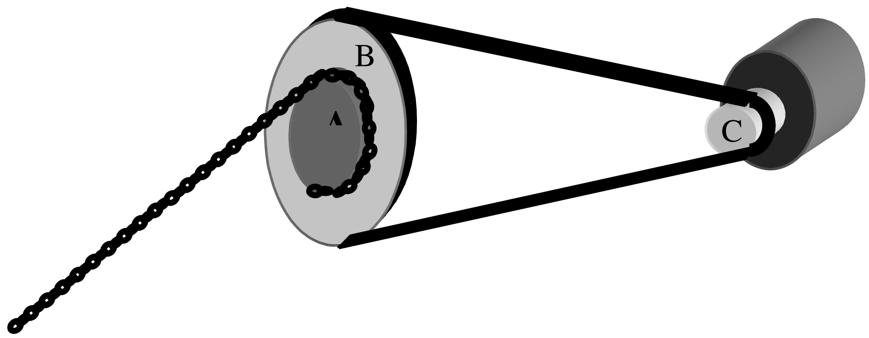
   a2) ¿cuál es la máxima tensión que soportarán las cadenas?

   a3) Grafique aproximadamente la expresión obtenida en el punto a1).

b) El sistema de elevación del puente está constituido por un cilindro (A) de 5 cm de radio, en el cual se enrollan las cadenas, y tiene adosado una polea (B) de 40 cm de radio. La transmisión se realiza por medio de esta polea y otra en el motor (C) unidas a través de una correa inextensible y que no desliza sobre las poleas (B) o (C)

Si la máxima cupla (o torque) que puede aportar el motor sin quemarse es de 60 N m

¿cuál es el máximo radio que puede tener la polea (C) adosada al motor de manera tal que no se supere la cupla máxima?

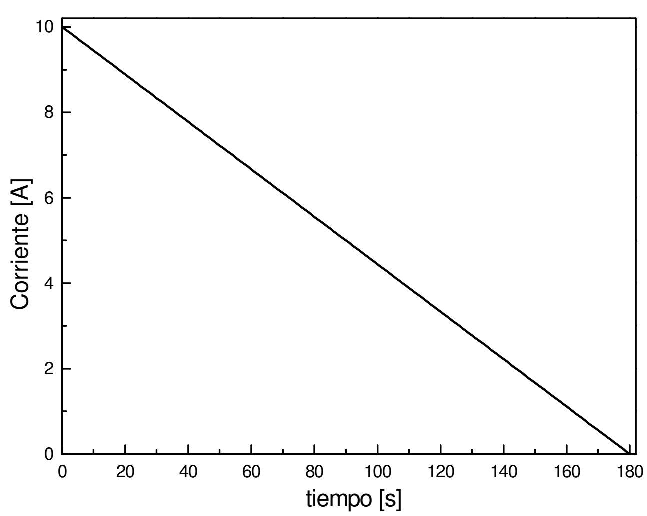


c) Todo el sistema está montado utilizando un motor alimentado por una fuente de corriente continua, con una diferencia de potencial de 220 V; se observa que al elevar el puente la corriente suministrada al motor, en función del tiempo, tiene la forma observada en la figura.

c1) ¿cuál es la potencia máxima suministrada al motor?

c2) ¿cuál es el consumo total de energía eléctrica para elevar el puente desde su posición horizontal hasta que esté vertical?

c3) ¿cuánto es la energía perdida, de la energía suministrada de acuerdo con el punto anterior, cada vez que se eleva el puente?



<u>NOTA:</u> CONSIDERE DESPRECIABLE LA ENERGÍA CINÉTICA DEL PUENTE EN TODO MOMENTO

Problema 3

Uno de los posibles estados finales de la evolución de una estrella, es una estrella de neutrones. En dicho cuerpo, la materia se encuentra en un estado de muy alta densidad, por lo que su extensión espacial es muy pequeña comparada con la de una estrella normal, como el Sol. Según los modelos aceptados en la actualidad, los valores típicos para el radio R y la masa M de una estrella de neutrones son $R = 10$ km y $M = 3 \times 10^{30}$ kg, respectivamente.

Pregunta a: ¿Cuál es la densidad media de tal estrella de neutrones?

Pregunta b: ¿Qué volumen ocuparía 1 m^3 de agua, si se la comprimiera hasta alcanzar la densidad de la materia de una estrella de neutrones?

De acuerdo con la ley de la gravitación universal de Newton, dos cuerpos esféricos de masas M_1 y M_2, separados por una distancia r entre sus centros, se atraen entre si con una fuerza F, cuya magnitud está dada por:

$$F = \frac{GM_1M_2}{r^2}$$

donde $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2 es la constante de la gravitación. Esta misma ley es válida si uno de los cuerpos es esférico y el otro es pequeño comparado con el primero.

Sabemos también que el peso de un cuerpo es la fuerza neta que se ejerce sobre este, cuando está en reposo sobre la superficie de un planeta o estrella.

Pregunta c: ¿Cuál sería el peso de un estudiante cuya masa es de 60 kg en la superficie de la estrella de neutrones?

Si la estrella o planeta está en rotación, el peso de un cuerpo es distinto al que tendría de no haber rotación, ya que aparece la fuerza centrífuga. (Recuerde que esta fuerza sólo existe para el observador que rota con la tierra).

Pregunta d: ¿Cuál sería el peso del estudiante del punto c), ubicado sobre La Tierra, supuesta esférica, en las siguientes situaciones:?

- i) Estudiante en el ecuador. Tierra que no rota.
- ii) Estudiante en el ecuador. Tierra rotando normalmente alrededor de su eje.
- iii) Estudiante en el polo. Tierra que no rota.
- iv) Estudiante en el polo. Tierra rotando normalmente alrededor de su eje.

Nota: Masa de la Tierra $M_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg. Radio de la Tierra $R_T = 6.37 \times 10^3$ km.

La teoría de formación de las estrellas de neutrones indica que estas, en general, deben estar dotadas de una alta velocidad de rotación sobre su eje. Sin embargo, esta velocidad no puede sobrepasar ciertos límites ya que de hacerlo la estrella se desarmaría.

Pregunta e: ¿cuál sería la velocidad angular máxima para la estrella de neutrones de nuestro ejemplo, suponiendo que la misma mantiene su forma esférica y su densidad constante?

Las estrellas de neutrones se observan detectando las ondas de radio que emiten. Dicha emisión tiene una intensidad que varía en forma periódica entre un valor máximo y cero. La explicación más simple de este fenómeno es que la emisión se produce en una región limitada de la superficie de la estrella, en forma esencialmente constante. De este modo, si la estrella gira, sólo se observa cuando la zona emisora apunta en nuestra dirección y desaparece al ocultarse. Entonces, el período de variación de la intensidad, τ, es igual al período de rotación de la estrella.

Esta pulsación en la intensidad de la emisión es la razón por la que estos objetos se conocen como ***pulsares.***

Para el púlsar PSR1913+16, se ha observado que el período de las pulsaciones, τ, además varía periódicamente, aumentando y disminuyendo, con un período T = 8hrs. La explicación más simple de este fenómeno es que el púlsar (estrella) se acerca a nosotros en los intervalos en que el período, τ, decrece y se aleja cuando aumenta (fenómeno conocido como efecto Doppler). Esto lleva a la conclusión de que el púlsar, además de girar sobre si mismo, describe una órbita debido a la presencia de otra estrella de neutrones, similar al pulsar. Estas dos estrellas forman lo que se conoce con el nombre de ***sistema binario***. Cada uno de los cuerpos que lo componen gira en órbitas alrededor del centro de masa del sistema.

Si hacemos la suposición de que las órbitas son circulares y que las estrellas (una un pulsar y la otra no) tienen la misma masa,

Pregunta f: ¿cuál sería el radio de la órbita del púlsar?

OLIMPIADA ARGENTINA DE FISICA 1999

OAF'99

PRUEBA EXPERIMENTAL - 11 de Octubre de 1999

- Escriba su nombre en todas las hojas y enumere las mismas.
- Recuerde que no se puede utilizar calculadoras programables ni ningún otro material que no esté incluido en la prueba, aparte de los útiles de escritura.
- Antes de empezar a trabajar en la prueba experimental, lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

Nombre:

Número de hojas entregadas:

Olimpiada Argentina de Física
1999
Prueba Experimental

Péndulo Físico - Constante de Amortiguamiento – Viscosidad del Aire

1.- Objetivo:

Determinar experimentalmente el valor del coeficiente de la viscosidad del aire.

2.- Introducción

Un cuerpo que puede oscilar libremente alrededor de un eje de suspensión, bajo la acción de su propio peso, constituye un péndulo físico. El movimiento de un péndulo físico ideal (en el vacío y sin rozamiento en su eje), se caracteriza por tener una amplitud de oscilación constante con respecto al tiempo y un período T dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgh}} \qquad (1)$$

donde :I es el momento de inercia del péndulo respecto al eje de suspensión,
M, la masa total del péndulo
g, el valor de la aceleración de la gravedad en el lugar
h, la distancia del centro de masa al eje de suspensión.

Nota: Esta expresión es válida para amplitudes inferiores a 8 en la escala del aparato que Ud. dispone.

Sin embargo, la amplitud y el período de un péndulo físico real usualmente se ven afectados por la resistencia que ofrece el aire. Esto hace que la amplitud de las sucesivas oscilaciones disminuya, a medida que transcurre el tiempo, de la forma:

$$A(t) = A_o\, e^{-ct}$$

donde: c es la constante de amortiguamiento y
A_o, es la amplitud inicial de oscilación.

En este caso, el período está dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{Mgh}{I} - c^2}}$$

El presente experimento se realizará con un péndulo físico, como el representado en la **Figura 1**. En él se han colocado pantallas de cartón para incrementar el efecto de amortiguamiento de la amplitud de oscilación, debido a la acción del aire.

La constante de amortiguamiento, c, bajo las presentes condiciones experimentales está dada por:

$$c = \frac{1000\, x_o \eta\, S}{2I} \qquad (2)$$

donde: S es la superficie **total** que presenta el péndulo perpendicularmente a la dirección de movimiento,
η, el coeficiente de la viscosidad del aire y
x_o, la distancia desde el centro de masa de los cartones al eje de oscilación.

3.- Lista de Materiales

- Un péndulo físico.
- Un soporte para el péndulo con escala graduada.
- Un cronómetro.
- 1 sobre con 4 pares de cartones cuadrados de distintas dimensiones.
- Regla.
- Taco con cuchilla. **(OJO!! No tocar las cuchillas)**
- 2 pesas con forma de tuercas
- Papel milimetrado.
- Un destornillador.

4.- Procedimiento Experimental

4.1.- Decaimiento de la amplitud en función del tiempo

a) Monte el péndulo en el soporte cuidando que el borde filoso de la cuchilla asiente en las muescas marcadas en el soporte.
b) Utilice el tornillo para balancear el péndulo (ver Figura 1) de modo que la aguja indique la posición del cero.
c) Tome dos cartones de igual área y sujételos, uno a cada lado del péndulo, como se indica en la **Figura 1**, usando los tornillos provistos a tal efecto.
d) Monte el péndulo en el soporte cuidando que el borde filoso de la cuchilla asiente en las muescas marcadas en el soporte.
e) Haga oscilar el péndulo y mida la amplitud $A(t)$ en función del tiempo t.
f) Confeccione una tabla con los valores medidos de la amplitud $A(t)$ y los correspondientes valores de tiempo t.
g) Grafique el logaritmo natural de A en función del tiempo.
h) Trace la recta que mejor ajuste a los puntos marcados.

i) El valor absoluto de la pendiente de esa recta es c. Determine el valor de c.

j) Repita el procedimiento de c) a i) para cada uno de los restantes pares de cartones.

4.2.- Determinación del momento de inercia

Haciendo uso de la ecuación (1) **determine experimentalmente** el momento de inercia del péndulo. (Para ello use **solamente** la varilla metálica con todos los tornillos colocados en sus correspondientes alojamientos, dado que el agregado de las pantallas de cartón, no modifica, dentro de los errores experimentales esperados, el valor del momento de inercia I **).**

4.3.- Determinación del coeficiente de viscosidad del aire

a) Usando la expresión (2) determine el coeficiente de viscosidad del aire.

Nota: Si no pudo determinar experimentalmente el momento de inercia I, use el siguiente valor $I = (5.9 \pm 0.2) \times 10^{-4}$ kg m^2

4.4.-Datos

$$g = (9.793 \pm 0.001)\frac{m}{s^2}$$

$$M = (79.4 \pm 0.2)g$$

m = (3.15 ± 0.04)g (corresponde a la masa de las pesas con forma de tuercas que Ud. podrá utilizar, si lo desea, en la determinación del centro de masa del péndulo)

Uso del cronómetro:

Botón A (START/STOP): Activa y detiene el cronómetro.
Botón B (MODE): Selecciona el modo del cronómetro (**NO TOCAR).**
Botón C (LAP/RESET): Vuelve a cero el cronómetro cuando se lo ha detenido. También permite realizar una lectura de un tiempo parcial. Presionándolo una vez, después de haber iniciado la medición con el botón A, permite visualizar el tiempo parcial sin que se detenga el cronómetro, volviendo a presionar, se continúa visualizando la medición del tiempo.

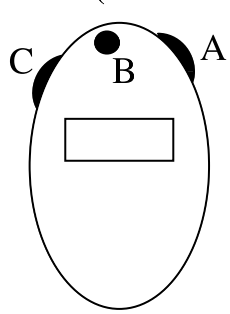
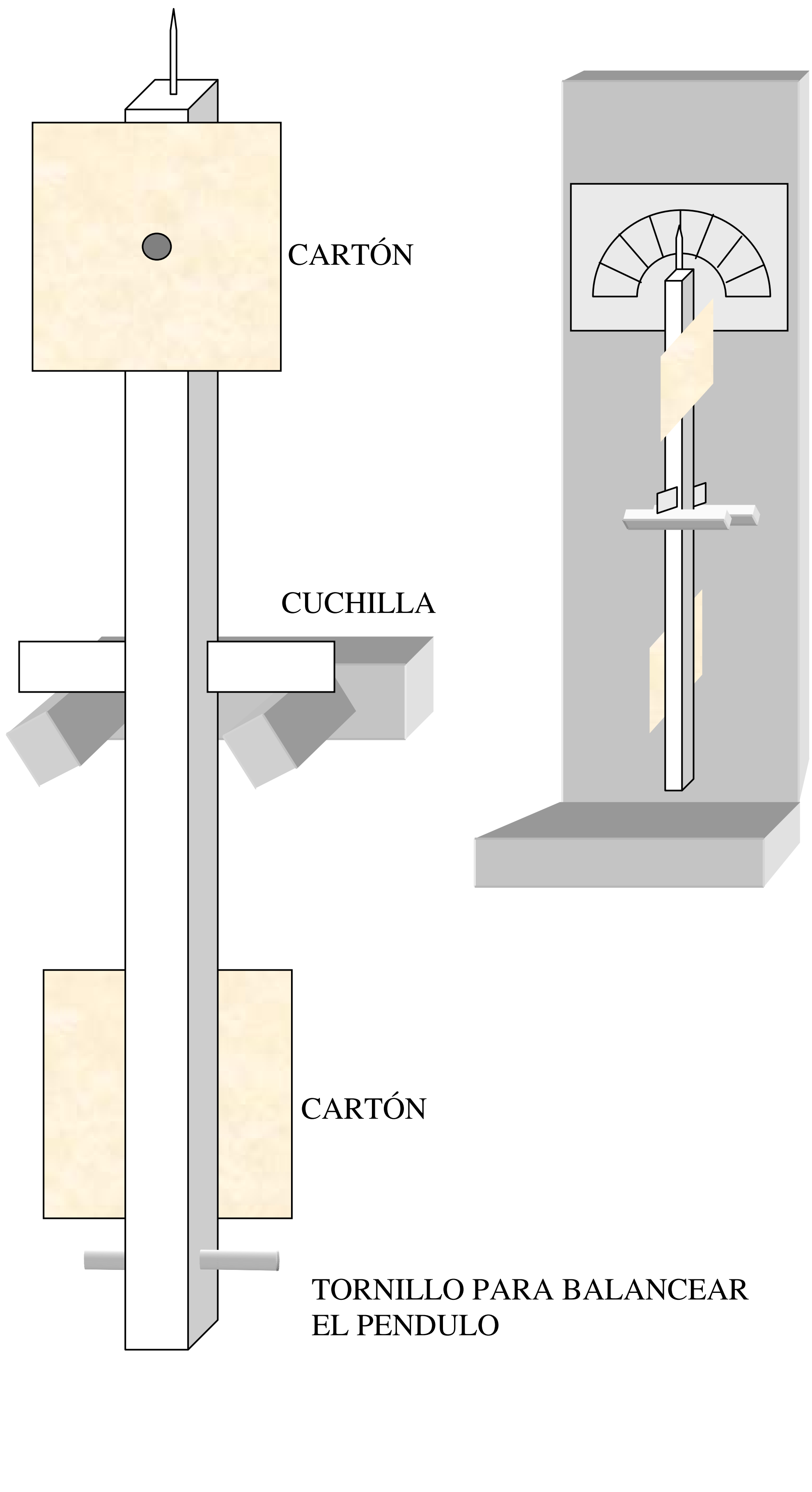


FIGURA 1


CARTÓN
CUCHILLA
CARTÓN
TORNILLO PARA BALANCEAR
EL PENDULO