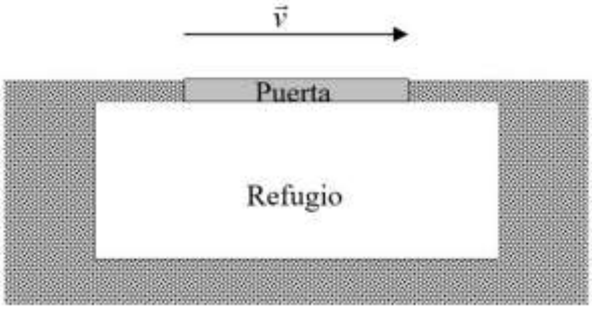
Prueba Teórica - Nivel 1

Problema 1
Vientos Fuertes!!!

Un refugio contra tornados consiste en una habitación subterránea con una puerta de hierro horizontal, como se muestra esquemáticamente en la figura. La habitación cuenta, además, con un sistema de presurización que mantiene constante la presión interior $P_i = 1\, atm$. El área de la puerta es de 1m^2 y su espesor de 10 cm.



Durante el paso de un tornado, los vientos horizontales a nivel de tierra realizan un movimiento circular antihorario, cuya magnitud depende de la distancia al centro del tornado de acuerdo a la siguiente ecuación

$$v(r) = v_0 - \gamma r$$

Un cazador de tornados, ubicado a una distancia de 260 m del centro del tornado en cuestión, mide que la velocidad horizontal del viento a nivel de tierra es de 100 km/h; cuando este intrépido científico se desplaza a una distancia de 310 m del centro, encuentra que el aire está quieto.

a) Determine los valores de v_0 y de γ.

b) Determine la velocidad horizontal del viento a nivel de tierra en la puerta del refugio sabiendo que el mismo se encuentra a una distancia de 185 m del centro del tornado.

c) ¿Cuánto debe pesar la puerta, como mínimo, para que no sea abierta por el tornado? Asuma que adentro del refugio y afuera del mismo la densidad del aire es 1.225 kg m^{-3}.

Nota: Asuma $g = 10\, m\, s^{-2}$ y $1\, atm = 101325\, Pa$

Problema 2
Campo eléctrico atmosférico.

Durante un día de buen tiempo, en la atmósfera se establece un campo eléctrico que está dirigido hacia la Tierra. Este campo eléctrico, junto con otros fenómenos eléctricos presentes en la atmósfera, tales como rayos, relámpagos, etc., forma parte del circuito eléctrico que rodea al planeta Tierra.

Si bien para determinar la magnitud del campo eléctrico atmosférico, usualmente, se utiliza un dispositivo denominado “molino de campo”, en esta oportunidad estudiaremos otro dispositivo para medirlo.

Nociones de campo eléctrico y cargas inducidas.
En un material conductor, ubicado en una región en la cual existe un campo eléctrico, se redistribuyen sus cargas eléctricas de tal manera que en su superficie "aparecen cargas eléctricas inducidas".
El signo y la magnitud de esas cargas eléctricas inducidas dependerán del campo eléctrico con el cual está interaccionando el conductor. Las líneas de campo nacen en cargas positivas y terminan en cargas negativas, igualmente el sentido del campo es desde las cargas positivas hacia las negativas. La magnitud de la carga inducida sobre un conductor y el flujo de campo eléctrico ϕ que "llega" al conductor, son directamente proporcionales (la permitividad o constante dieléctrica del vacío y_0 es la constante de proporcionalidad). El flujo ϕ de un campo eléctrico uniforme de magnitud E a través de un área A (perpendicular al vector campo **E**), está dado por: $\phi = E\,A$, donde E es el módulo del campo **E**. Si el flujo "llega" al conductor inducirá cargas negativas; esto es, si el campo apunta hacia el conductor las cargas inducidas son negativas.

Medidor de campo.
Considere un carrito de masa *M*, el cual consiste en una plancha rectangular metálica de lados *a* y *b* con ruedas aislantes. A la plancha metálica se suelda el extremo de un resorte de alambre, de constante k, perfectamente conductor. El otro extremo del resorte se une a un gancho, también conductor, que está soportado sobre una varilla de material aislante.

El sistema está dentro de una caja metálica perfectamente conductora de la que puede "entrar y salir" por una cara lateral. Mediante el resorte conductor y el gancho, el carrito está conectado a un condensador de capacidad C, tal como se muestra en la Figura 1. La caja y uno de los bornes del condensador están conectados a tierra.

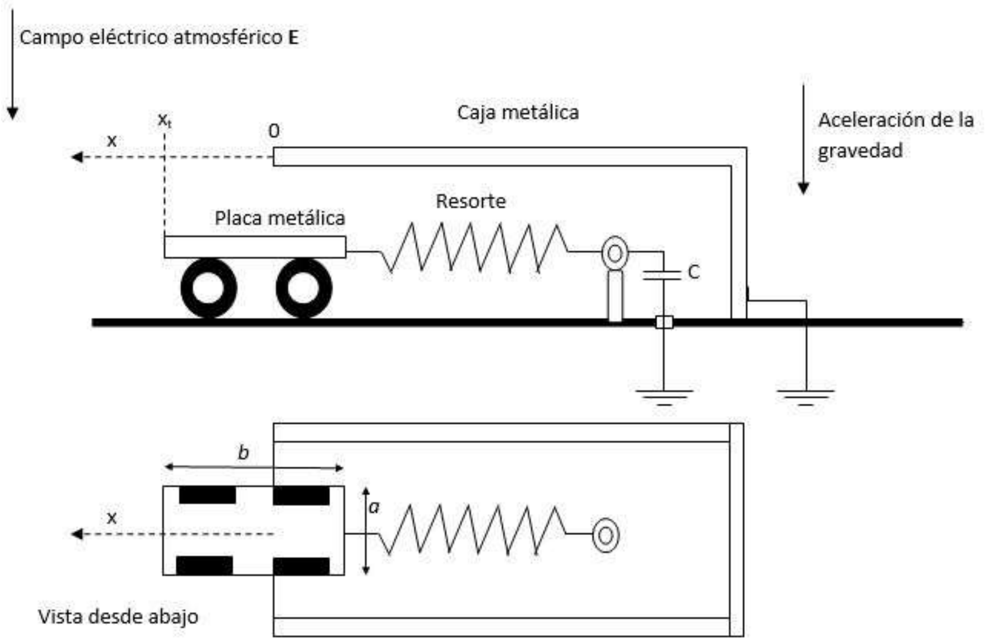


Figura 1

Datos y dimensiones.

a = 0,20 m	*b* = 0,30 m	*M* = 0,20 kg
k = 7,9 kg s^{-2}	C= 40	pF= 40 10^{-12}F
ε_0 = 8,85 10^{-12} C^2 $N^{-1}{\cdot}m^{-2}$.		

En la posición de equilibrio el carrito tiene su extremo izquierdo justo por debajo del borde abierto de la caja.

a) **Haga un diagrama de cuerpo aislado para el carrito y escriba la ecuación de movimiento del mismo.**

Suponga que se aparta al carrito de su posición de equilibrio hasta que el extremo izquierdo del mismo está en la posición x_0 y en el tiempo t=0 se lo suelta, por lo que comienza a oscilar. Sabiendo que la función de movimiento de un punto del extremo izquierdo del carrito está dada por: $x_t = A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t$ y que la velocidad está dada por $v_t = -\omega A \operatorname{sen} \omega t + \omega B \cos \omega t$.

b) **Determine los valores de A y de B.**

Recordando que la aceleración está dada por $a_t = -\omega^2 x_t$.

c) **De una expresión de ω en función de la masa del carrito y de la constante k del resorte.**

d) **Determine el signo de la carga eléctrica inducida sobre la superficie del carrito.**

e) **Calcule la magnitud de la carga eléctrica inducida sobre la superficie del carrito en función de la longitud expuesta al campo atmosférico E. Para esto, considere que el extremo izquierdo del carrito está a una distancia x_t del borde de la caja. Realice los cálculos numéricos considerando x_t= 15cm y un campo eléctrico atmosférico "de tiempo bueno"; esto es: $E = 300$ Vm^{-1} y dirigido hacia la tierra.**

f) **Determine el signo y la magnitud de la carga presente en la placa superior del condensador C, cuando el carrito está ubicado en la posición del ítem anterior.**

g) **Calcule la diferencia de potencial eléctrico V_c entre las placas del condensador C, cuando el carrito está en la posición del ítem c).**

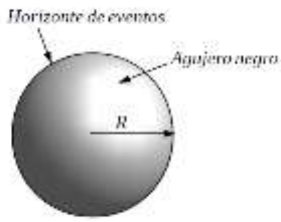
h) **Obtenga una expresión para el voltaje sobre el condensador en función del tiempo.**

Si en una dada situación se detecta que el voltaje en el capacitor cambió de signo (se invirtió) y que la magnitud del valor máximo se incrementó hasta 100 V.

i) **Determine el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico atmosférico.**

Problema 3
<u>Agujeros Negros y Enanas Blancas</u>

PARTE A.
Agujeros negros



Los *Agujeros Negros*, una de las predicciones más fascinantes de la teoría de la Relatividad General de Einstein, son objetos extremadamente densos, tanto, que si algo cae al agujero: ya no puede escapar, *ni siquiera la luz!!!*
Están caracterizados por un horizonte de eventos (el "borde" del

agujero negro) que delimita la zona desde la cual no se puede salir. Afuera del horizonte de eventos, el campo gravitatorio es similar al producido por un objeto material ordinario.

El objetivo, de esta parte del problema, es encontrar la relación entre la masa y el radio de un agujero negro. Para lograrlo, combinaremos ideas de física Newtoniana y Relatividad y, si bien los resultados serán estimativos, la relación que obtendremos de esta forma es idéntica a la predicha por la Teoría de la Relatividad General.

Los conceptos relevantes a tener en cuenta son:

- **Velocidad de escape:** es la mínima velocidad con la que se tiene que lanzar una partícula desde la superficie de un objeto, para que se aleje infinitamente del cuerpo (es decir, la distancia *r* al centro del objeto se hace infinita: $r \to \infty$).

- **Postulado de la Teoría de la Relatividad:** nada puede moverse más rápido que la luz.

A1. Calcule la velocidad de escape v_{esc} desde un objeto esférico de masa M y radio R.

Ahora, buscaremos la relación que deben tener M y R para que este objeto represente a un agujero negro, es decir, para que ninguna partícula, ni siquiera la luz, pueda escapar desde su horizonte de eventos. Para esto puede ser conveniente pensar a la luz como compuesta por partículas que se mueven a velocidad c.

A2. Suponiendo que podemos utilizar la expresión de v_{esc} (hallada en el item anterior) para sistemas relativistas, encuentre la cota superior más pequeña para el radio R del horizonte de eventos de un agujero negro de masa M.

Nota:

- *Los sistemas relativistas son aquellos que involucran velocidades próximas a la de la luz y/o campos gravitatorios muy intensos.*
- *Una cota superior para una cantidad f es un valor f_{sup} que es mayor o igual a f.*

PARTE B.
Enanas blancas

Las estrellas se mantienen en equilibrio hidrostático debido al balance entre la atracción gravitatoria (hacia adentro) y la presión térmica que resulta de los procesos nucleares (hacia afuera).

Cuando el combustible nuclear se agota, la atracción gravitatoria domina y la estrella comienza a colapsar. Sin embargo, si la masa de la estrella es menor que cierto valor crítico, llamado **Masa de Chandrasekhar**, existe otro proceso, puramente cuántico, que es capaz de detener el colapso gravitatorio. Ese proceso se basa en el principio de exclusión de Pauli, que dice que no puede haber dos electrones en el mismo estado cuántico en una cierta región.
Cuando la estrella se contrae, los electrones son forzados a ocupar estados de mayor energía, generando una presión (presión de degeneración) que balancea esta contracción si la masa de la estrella es menor que la **Masa de Chandrasekhar**; este sistema en equilibrio se conoce como *Enana Blanca*.
Si la masa de la estrella es mayor que la **Masa de Chandrasekhar**, la presión de degeneración es insuficiente para detener el colapso y el estado final, mucho más denso, puede ser una estrella de neutrones o un agujero negro.

El objetivo de esta parte del problema es estimar la energía cinética de los átomos que componen la enana blanca.

Para simplificar las expresiones, puede despreciar los números como 2,3,5, π, etc. que aparezcan en la resolución de los items siguientes. ***NO desprecie los valores de las constantes físicas presentadas en la hoja de respuestas.***

Considere que una estrella es una bola de átomos de hidrógeno (constituidos por un electrón y un protón), de densidad uniforme, masa M y radio R.

B1. Escriba el número de átomos por unidad de volumen, $\boldsymbol{n}$, en términos de la masa total de la estrella $\boldsymbol{M}$, el radio de la estrella $\boldsymbol{R}$ y la masa del protón $\boldsymbol{m_p}$.

Nota:

- *Tenga en cuenta que la masa m_e de los electrones es mucho menor que la masa m_p de los protones ($m_e \ll m_p$).*

B2. Encuentre la relación entre el número de átomos por unidad de volumen, $\boldsymbol{n}$, y el número de electrones por unidad de volumen, $\boldsymbol{n_e}$.

Suponiendo que la energía cinética promedio de los átomos en la estrella es E_{at},

B3. Escriba la energía cinética $\boldsymbol{E_K}$ del conjunto de todos los átomos de la estrella, en términos de $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{E_{at}}$ y $\boldsymbol{R}$.

Para electrones ultra relativistas (con velocidades próximas a c) la energía promedio de los átomos se puede aproximar de la siguiente manera

$$E_{at} \approx p_e c \qquad (1)$$

donde p_e es el impulso lineal promedio de los electrones.

Suponga que hay un electrón en cada volumen cúbico de lado λ donde

$$\lambda = \frac{\hbar}{p_e} \qquad (2)$$

B4. Escriba el impulso lineal $\boldsymbol{p_e}$ en términos del número de electrones por unidad de volumen, $\boldsymbol{n_e}$ y de $\hbar$.

B5. A partir de lo encontrado en los items anteriores, y usando la ecuación (1) escriba la energía cinética $\boldsymbol{E_K}$ en términos de $\hbar$, $\boldsymbol{m_p}$, $\boldsymbol{R}$ y $\boldsymbol{M}$. Exprésela en la forma $\boldsymbol{E_K = \frac{\beta}{R}}$ e identifique el valor de $\boldsymbol{\beta}$, independiente de $\boldsymbol{R}$.

Prueba Experimental - Nivel 1

<u>Flotabilidad de un cuerpo hueco</u>

Introducción

Cuando a un cuerpo se lo sumerge en el seno de un líquido, si su densidad media es menor a la del líquido, flotará. Cualquier cuerpo que flota está sujeto a dos fuerzas verticales y opuestas: una es el peso del cuerpo $\bar{P}$ que está dirigida hacia abajo y otra es el empuje $\bar{E}$ (peso del líquido desalojado) dirigida hacia arriba.

Si se trata de un cuerpo rígido, el peso actúa en el centro de masa (*CM*) y el empuje en el centro de masa del volumen del líquido desalojado, conocido como centro de empuje (*CE*). $\bar{P}$ y $\bar{E}$ son siempre iguales en módulo y, si son colineales, el cuerpo permanecerá en posición vertical como se muestra en la figura 1.

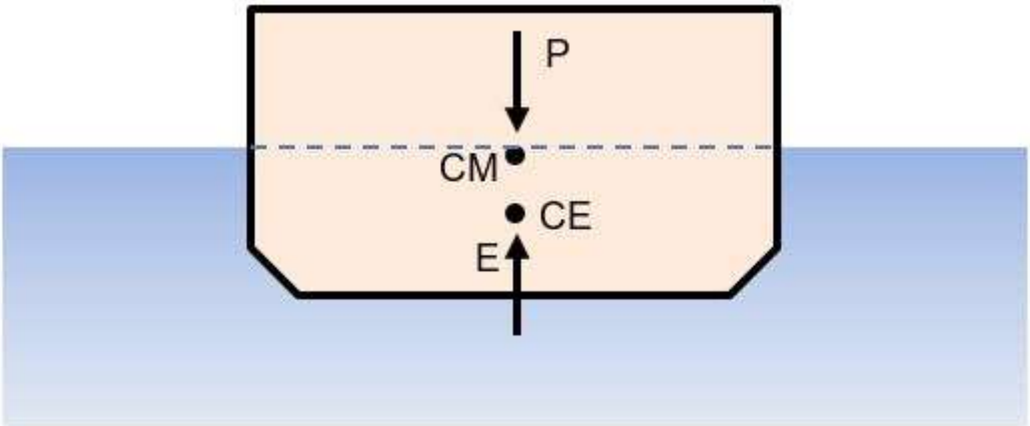


Figura 1

Sin embargo, el cuerpo puede inclinarse por muchas causas exógenas (como viento, la acción de las olas, etc.) provocando que el centro de empuje se desplace a una nueva posición *CE'* como se muestra en la figura 2a y 2b. Esto provoca que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo generen un torque sobre el mismo.

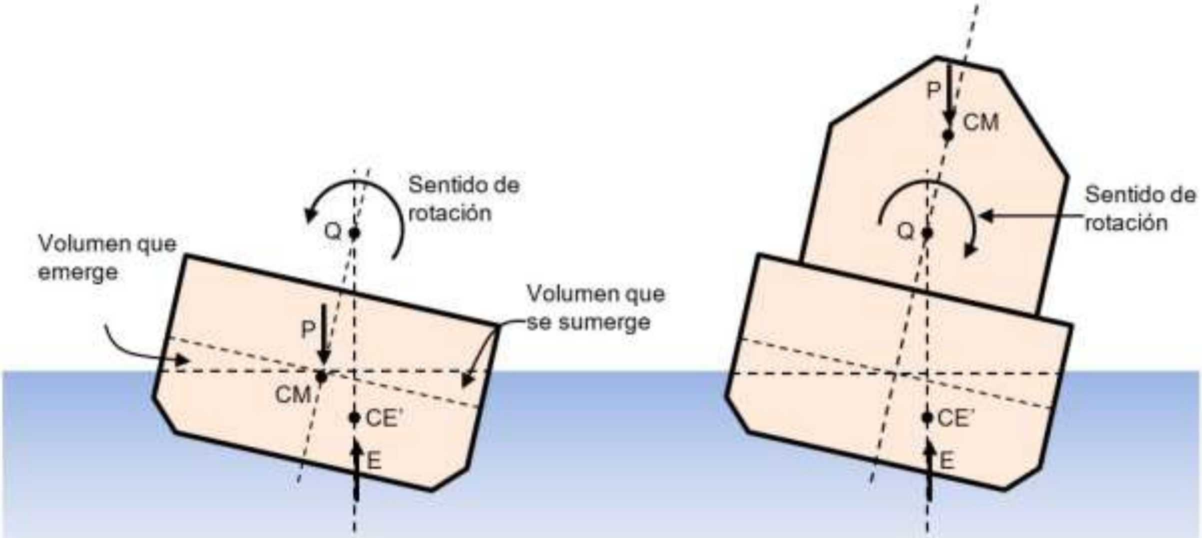


Figura 2a Figura 2b

Si el punto *Q*, definido por la intersección del eje del cuerpo y la línea de acción del empuje, está por encima del *CM* (figura 2a), $\bar{P}$ y $\bar{E}$ producirán un momento en sentido antihorario que hará que el cuerpo retorne a la posición neutral o de equilibrio, de este modo el equilibrio del cuerpo es estable. Si *Q* está por debajo de *CM* (figura 2b), el cuerpo se vuelve inestable debido al momento de sentido horario generado por $\bar{P}$ y $\bar{E}$ y el equilibrio del cuerpo resulta inestable.

Suponga que sumerge un cilindro hueco de aluminio de masa M y de sección uniforme A, en un líquido. Lo que se observa es que el mismo tiende a darse vuelta, indicando que el CM se encuentra debajo del punto Q (equilibrio inestable). Para bajar la posición del centro de masa hay que aumentar la masa del cilindro. Esto se logra, por ejemplo, agregando masas de peso uniforme *m* hasta lograr que el cilindro flote derecho como se muestra en la figura 3. En esta condición, el volumen sumergido V_s verifica la ecuación:

$$M_t g = \delta_{liq} V_s g = \delta_{liq}\, \mathrm{A}\, h_s g \qquad (1)$$

donde M_t es la masa total del cuerpo, δ_{liq} es la densidad del líquido y A es el área transversal. Si n es el número de masas agregadas, se cumple que:

$$(M + n\,m)g \;=\; \delta_{liq}\,Ah_s g \qquad (2)$$

De tal manera que:

$$h_s = \frac{1}{\delta_{liq}\,A}(M + n\,m) \qquad (3)$$

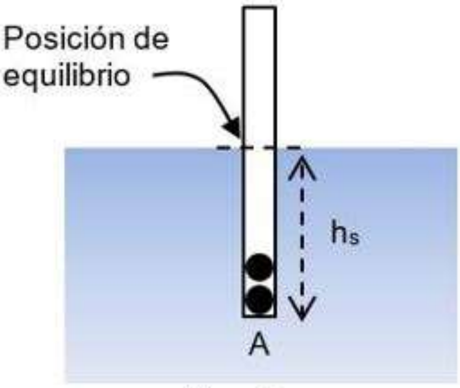


Figura 3

Objetivos

- Determinar experimentalmente el valor de la masa *M* del cilindro de aluminio y la masa *m* de una tuerca.

Elementos disponibles

- 55 tuercas de masa m
- 1 recipiente con líquido sobre una base de madera.
- 1 cilindro hueco de aluminio con una escala graduada en su exterior.
- 1 cronómetro
- 1 regla.

Procedimiento

1. Monte el dispositivo y determine el número mínimo n_o de tuercas que deben introducirse en el tubo de aluminio para que flote verticalmente. **Tenga especial cuidado en que no entre líquido en el cilindro**.
2. A partir de ahí agregue tuercas en el interior del cilindro cuidadosamente y una vez alcanzado el equilibrio mida la profundidad de inmersión h_s.

Consignas

1. Dé el valor de n_0.
2. Haga una tabla con los valores de h_s y *n*.
3. Grafique h_s vs n.
4. Ajuste los datos por una recta y determine el valor de la pendiente.
5. Determine el valor de la ordenada al origen de dicha recta.
6. Determine el valor de *M*
7. Determine el valor de *m*.

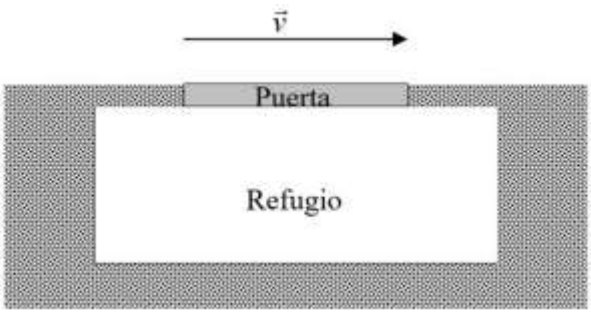
Dato: $\delta_{liq} = 1\ g/cm^3$

Prueba Teórica - Nivel 2

Problema 1
Vientos Fuertes!!!

Un refugio contra tornados consiste en una habitación subterránea con una puerta de hierro horizontal, como se muestra esquemáticamente en la figura.

La habitación cuenta, además, con un sistema de presurización que mantiene constante la presión interior $P_i = 1\ atm$. El área de la puerta es de 1m^2 y su espesor de 10 cm.



Durante el paso de un tornado, los vientos horizontales a nivel de tierra realizan un movimiento circular antihorario, cuya magnitud depende de la distancia al centro del tornado de acuerdo a la siguiente ecuación

$$v(r) = v_0 - \gamma r$$

Un cazador de tornados, ubicado a una distancia de 260 m del centro del tornado en cuestión, mide que la velocidad horizontal del viento a nivel de tierra es de 100 km/h; cuando este intrépido científico se desplaza a una distancia de 310 m del centro, encuentra que el aire está quieto.

a) Determine los valores de v_0 y de γ.

b) Determine la velocidad horizontal del viento a nivel de tierra en la puerta del refugio sabiendo que el mismo se encuentra a una distancia de 185 m del centro del tornado.

c) ¿Cuánto debe pesar la puerta, como mínimo, para que no sea abierta por el tornado? Asuma que adentro del refugio y afuera del mismo la densidad del aire es 1.225 kg m^{-3}.

d) Si la densidad del hierro es 7874 kg m^{-3}: ¿cuál es la mínima distancia a la que se puede encontrar el centro del tornado, del refugio, para que la puerta no sea abierta?

Consideremos ahora un segundo refugio, idéntico al anterior, pero situado a una distancia de 200 m del centro del tornado y 100m más arriba del primer refugio, separado del primero por un terreno en suave pendiente.

e) ¿Cuánto debe pesar la puerta del segundo refugio, como mínimo, para que no sea abierta por el tornado? Asuma que adentro del refugio y afuera del mismo la densidad del aire es 1.225 kg m^{-3}.

Nota: Asuma $g = 10\, m\, s^{-2}$ y $1\ atm = 101325\ Pa$

Problema 2: Campo eléctrico atmosférico.

Durante un día de buen tiempo, en la atmósfera se establece un campo eléctrico que está dirigido hacia la Tierra. Este campo eléctrico, junto con otros fenómenos eléctricos presentes en la atmósfera, tales como rayos, relámpagos, etc., forma parte del circuito eléctrico que rodea al planeta Tierra.

Si bien para determinar la magnitud del campo eléctrico atmosférico, usualmente, se utiliza un dispositivo denominado "molino de campo", en esta oportunidad estudiaremos otro dispositivo para medirlo.

Nociones de campo eléctrico y cargas inducidas.
En un material conductor, ubicado en una región en la cual existe un campo eléctrico, se redistribuyen sus cargas eléctricas de tal manera que en su superficie "aparecen cargas eléctricas inducidas".
El signo y la magnitud de esas cargas eléctricas inducidas dependerán del campo eléctrico con el cual está interaccionando el conductor. Las líneas de campo nacen en cargas positivas y terminan en cargas negativas, igualmente el sentido del campo es desde las cargas positivas hacia las negativas. La magnitud de la carga inducida sobre un conductor y el flujo de campo eléctrico ϕ que "llega" al conductor, son directamente proporcionales (la permitividad o constante dieléctrica del vacío ε_0 es la constante de

proporcionalidad). El flujo ϕ de un campo eléctrico uniforme de magnitud E a través de un área A (perpendicular al vector campo **E**), está dado por: $\phi = E\,A$, donde E es el módulo del campo **E**. Si el flujo "llega" al conductor inducirá cargas negativas; esto es, si el campo apunta hacia el conductor las cargas inducidas son negativas.

Medidor de campo.
Considere un carrito de masa *M*, el cual consiste en una plancha rectangular metálica de lados *a* y *b* con ruedas aislantes. A la plancha metálica se suelda el extremo de un resorte de alambre, de constante k, perfectamente conductor. El otro extremo del resorte se une a un gancho, también conductor, que está soportado sobre una varilla de material aislante.

El sistema está dentro de una caja metálica perfectamente conductora de la que puede "entrar y a salir" por una cara lateral. Mediante el resorte conductor y el gancho, el carrito está conectado a un condensador de capacidad C, tal como se muestra en la Figura 1. La caja y uno de los bornes del condensador están conectados a tierra.

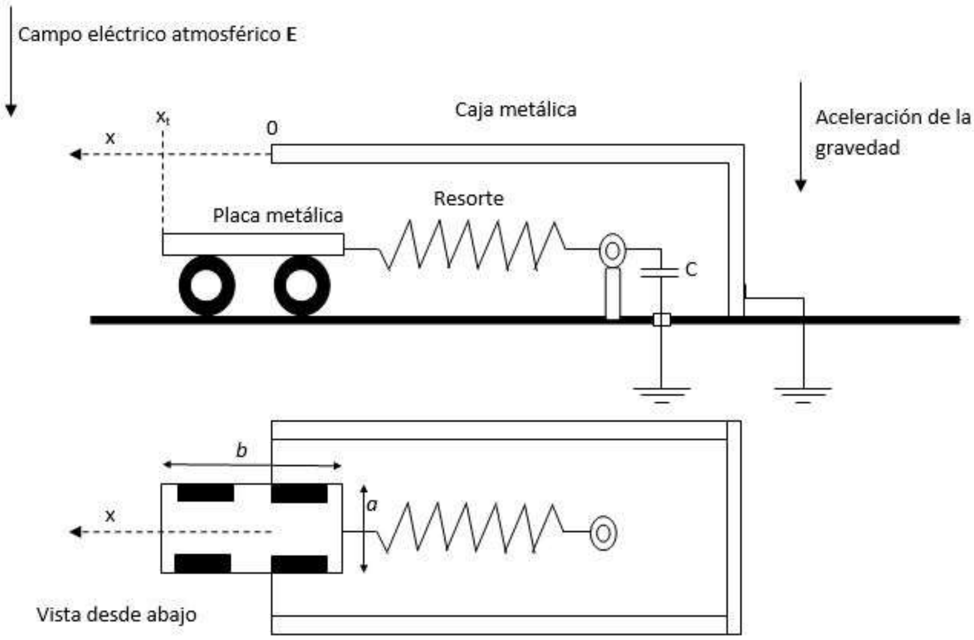


Figura 1

Datos y dimensiones.

a = 0,20 m	b = 0,30 m	M = 0,20 kg
k = 7,9 kg s^{-2}	C= 40	pF= 40 10^{-12}F
ε_0 = 8,85 10^{-12} C^2 $N^{-1}\cdot m^{-2}$.		

En la posición de equilibrio el carrito tiene su extremo izquierdo justo por debajo del borde abierto de la caja.

j) Haga un diagrama de cuerpo aislado para el carrito y escriba la ecuación de movimiento del mismo.

Suponga que se aparta al carrito de su posición de equilibrio hasta que el extremo izquierdo del mismo está en la posición x_0 y en el tiempo t=0 se lo suelta, por lo que comienza a oscilar. Sabiendo que la función de movimiento de un punto del extremo izquierdo del carrito está dada por: $x_t = A \cos \omega t + B \text{ sen } \omega t$ y que la velocidad está dada por $v_t = -\omega A \text{ sen } \omega t + \omega B \cos \omega t$.

k) **Determine los valores de A y de B.**

Recordando que la aceleración está dada por $a_t = -\omega^2 x_t$.

l) **De una expresión de ω en función de la masa del carrito y de la constante k del resorte.**

m) **Determine el signo de la carga eléctrica inducida sobre la superficie del carrito.**

n) **Calcule la magnitud de la carga eléctrica inducida sobre la superficie del carrito en función de la longitud expuesta al campo atmosférico E. Para esto, considere que el extremo izquierdo del carrito está a una distancia x_t del borde de la caja. Realice los cálculos numéricos considerando x_t= 15cm y un campo eléctrico atmosférico "de tiempo bueno"; esto es: $E = 300$ Vm^{-1} y está dirigido hacia la tierra.**

o) **Determine el signo y la magnitud de la carga presente en la placa superior del condensador C, cuando el carrito está ubicado en la posición del ítem anterior.**

p) **Calcule la diferencia de potencial eléctrico V_c entre las placas del condensador C, cuando el carrito está en la posición del ítem c).**

q) **Obtenga una expresión para el voltaje sobre el condensador en función del tiempo.**

Si en una dada situación se detecta que el voltaje en el capacitor cambió de signo (se invirtió) y que la magnitud del valor máximo se incrementó hasta 100 V.

r) **Determine el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico atmosférico.**

Ahora, suponga que se conecta una resistencia R en paralelo al condensador (ver Figura 2),

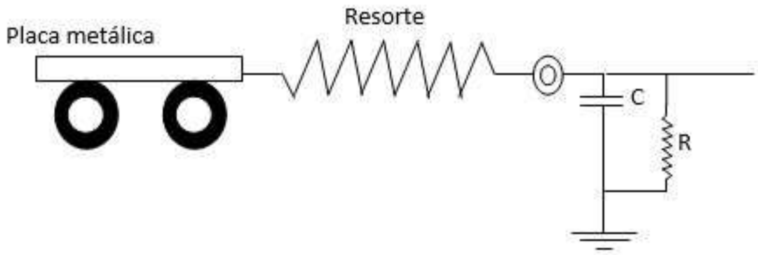


Figura 2

Considerando que el carrito se ha desplazado una pequeña cantidad Δx en un tiempo Δt, y que de la placa ha fluido una pequeña cantidad de carga Δq:

s) **Escriba una ecuación de balance para la carga eléctrica, considerando también las cargas que ingresan al condensador Δq_c y las que fluyen por la resistencia dando lugar a una corriente eléctrica i_r.**

Sabiendo que el ingreso de una cantidad de carga Δq_c en el condensador produce una variación ΔV_c de la diferencia de potencial entre sus placas y recordando que la resistencia y el condensador están conectados en paralelo:

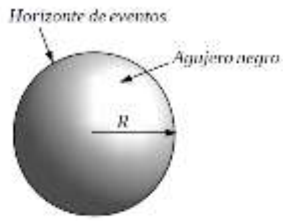
t) Reescriba la ecuación presentada en j) de tal forma que aparezcan en ella Δt, ΔV_c y V_c.

u) Escriba V_c en términos del módulo del campo eléctrico atmosférico E.

<u>Problema 3: Agujeros Negros y Enanas Blancas</u>

PARTE A.
Agujeros negros

Los *Agujeros Negros*, una de las predicciones más fascinantes de la teoría de la Relatividad General de Einstein, son objetos extremadamente densos, tanto, que si algo cae al agujero: ya no puede escapar, *ni siquiera la luz!!!*
Están caracterizados por un horizonte de eventos (el ”borde" del agujero negro) que delimita la zona desde la cual no se puede salir. Afuera del horizonte de eventos, el campo gravitatorio es similar al producido por un objeto material ordinario.



El objetivo, de esta parte del problema, es encontrar la relación entre la masa y el radio de un agujero negro. Para lograrlo, combinaremos ideas de física Newtoniana y Relatividad y, si bien los resultados serán estimativos, la relación que obtendremos de esta forma es idéntica a la predicha por la Teoría de la Relatividad General.

Los conceptos relevantes a tener en cuenta son:

- **Velocidad de escape:** es la mínima velocidad con la que se tiene que lanzar una partícula desde la superficie de un objeto, para que se aleje infinitamente del cuerpo (es decir, la distancia *r* al centro del objeto se hace infinita: $r \to \infty$).

- **Postulado de la Teoría de la Relatividad:** nada puede moverse más rápido que la luz.

A1. Calcule la velocidad de escape v_{esc} desde un objeto esférico de masa M y radio R.

Ahora, buscaremos la relación que deben tener M y R para que este objeto represente a un agujero negro, es decir, para que ninguna partícula, ni siquiera la luz, pueda escapar desde su horizonte de eventos. Para esto puede ser conveniente pensar a la luz como compuesta por partículas que se mueven a velocidad c.

A2. Suponiendo que podemos utilizar la expresión de v_{esc} (hallada en el item anterior) para sistemas relativistas, encuentre la cota superior más pequeña para el radio R del horizonte de eventos de un agujero negro de masa M.

Nota:

- *Los sistemas relativistas son aquellos que involucran velocidades próximas a la de la luz y/o campos gravitatorios muy intensos.*
- *Una cota superior para una cantidad f es un valor f_{sup} que es mayor o igual a f.*

PARTE B.
Enanas blancas
Las estrellas se mantienen en equilibrio hidrostático debido al balance entre la atracción gravitatoria (hacia adentro) y la presión térmica que resulta de los procesos nucleares (hacia afuera).

Cuando el combustible nuclear se agota, la atracción gravitatoria domina y la estrella comienza a colapsar. Sin embargo, si la masa de la estrella es menor que cierto valor crítico, llamado **Masa de Chandrasekhar**, existe otro proceso, puramente cuántico, que es capaz de detener el colapso gravitatorio. Ese proceso se basa en el principio de exclusión de Pauli, que dice que no puede haber dos electrones en el mismo estado cuántico en una cierta región.
Cuando la estrella se contrae, los electrones son forzados a ocupar estados de mayor energía, generando una presión (presión de degeneración) que balancea esta contracción si la masa de la estrella es menor que la **Masa de Chandrasekhar**; este sistema en equilibrio se conoce como *Enana Blanca*.
Si la masa de la estrella es mayor que la **Masa de Chandrasekhar**, la presión de degeneración es insuficiente para detener el colapso y el estado final, mucho más denso, puede ser una estrella de neutrones o un agujero negro.

El objetivo de esta parte del problema es estimar la Masa de Chandrasekhar.

Para simplificar las expresiones, puede despreciar los números como 2,3,5, π, etc. que aparezcan en la resolución de los items siguientes. ***NO desprecie los valores de las constantes físicas presentadas al final del enunciado.***

Considere que una estrella es una bola de átomos de hidrógeno (constituidos por un electrón y un protón), de densidad uniforme, masa M y radio R.

B1. Escriba el número de átomos por unidad de volumen, n, en términos de la masa total de la estrella M, el radio de la estrella R y la masa del protón m_p.

Nota:
- *Tenga en cuenta que la masa m_e de los electrones es mucho menor que la masa m_p de los protones ($m_e \ll m_p$).*

B2. Encuentre la relación entre el número de átomos por unidad de volumen, n, y el número de electrones por unidad de volumen, n_e.

Suponiendo que la energía cinética promedio de los átomos en la estrella es E_{at},

B3. Escriba la energía cinética E_K del conjunto de todos los átomos de la estrella, en términos de n, E_{at} y R.

Para electrones ultra relativistas (con velocidades próximas a c) la energía promedio de los átomos se puede aproximar de la siguiente manera

$$E_{at} \approx p_e c \qquad (1)$$

donde p_e es el impulso lineal promedio de los electrones.

Suponga que hay un electrón en cada volumen cúbico de lado λ donde

$$\lambda = \frac{\hbar}{p_e} \qquad 2)$$

B4. Escriba el impulso lineal p_e en términos del número de electrones por unidad de volumen, n_e y de ℏ.

B5. A partir de lo encontrado en los items anteriores, y usando la ecuación (1) escriba la energía cinética E_K en términos de ℏ, m_p, R y M. Exprésela en la forma $E_K = \frac{\beta}{R}$ e identifique el valor de β, independiente de R.

Considere que la energía total de la estrella se puede aproximar por la suma de la energía de formación gravitatoria E_G y la energía cinética E_K, esto es

$$E_{total} = E_G + E_K \qquad (3)$$

Para una estrella esférica y uniforme, la energía de formación es

$$E_G = -\frac{\alpha}{R} \qquad (4)$$

con

$$\alpha = \frac{3}{5} G M^2 \qquad (5)$$

Usando las ecuaciones (3), (4), (5) y lo presentado en el ítem **B5**, la energía total de la estrella toma la forma

$$E_{total} = \frac{-\alpha + \beta}{R} \qquad (6)$$

B6. Considerando que los sistemas evolucionan minimizando su energía total, indique cual sería el comportamiento del radio R de la estrella en la evolución. Es decir:¿el radio tiende a disminuir?, ¿se mantiene constante?, ¿tiende a aumentar? Analice esta situación en los siguientes casos:

1. $\boldsymbol{\alpha} > \beta$
2. $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\beta}$
3. $\boldsymbol{\alpha} < \beta$

donde α y β son las cantidades que aparecen en la fórmula de la energía total (6).

B7. A partir de la configuración de equilibrio identificada en el item anterior, determine la Masa de Chandrasekhar M_C. Exprésela en términos de ℏ, G, c y m_p.

Usando los valores de las cantidades físicas presentadas al final del enunciando:

B8. Calcule el valor numérico del cociente $\frac{M_C}{M_{sol}}$. Expréselo con una cifra significativa.

Se sabe que el radio R_{enana} de una enana blanca es proporcional al producto de $\hbar^j$, $(Gc)^k$ y $\left(m_e m_p\right)^\ell$, donde j, k, ℓ son constantes a determinar.

B9. Utilizando análisis dimensional, encuentre j, k, ℓ y escriba la forma funcional de R_{enana} en términos de ℏ, c, G, m_p y m_e.

Constantes Físicas

- Masa solar $M_{sol} = 2 \times 10^{30}\ kg$.
- Constante de la gravitación de Newton $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^{-2} kg^{-2}$.
- Masa del protón $m_p = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$.
- Masa del electrón $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg$.
- Constante de Planck reducida $\hbar = 1.05 \times 10^{-34}\ J\ s$.
- Velocidad de la luz $c = 3 \times 10^{8}\ m\ s^{-1}$.

Prueba Experimental - Nivel 2

Flotabilidad de un cuerpo hueco

Introducción

Cuando a un cuerpo se lo sumerge en el seno de un líquido, si su densidad media es menor a la del líquido, flotará. Cualquier cuerpo que flota está sujeto a dos fuerzas verticales y opuestas: una es el peso del cuerpo $\bar{P}$ que está dirigida hacia abajo y otra es el empuje $\bar{E}$ (peso del líquido desalojado) dirigida hacia arriba.
Si se trata de un cuerpo rígido, el peso actúa en el centro de masa (*CM*) y el empuje en el centro de masa del volumen del líquido desalojado, conocido como centro de empuje (*CE*). $\bar{P}$ y $\bar{E}$ son siempre iguales en módulo y, si son colineales, el cuerpo permanecerá en posición vertical como se muestra en la figura 1.

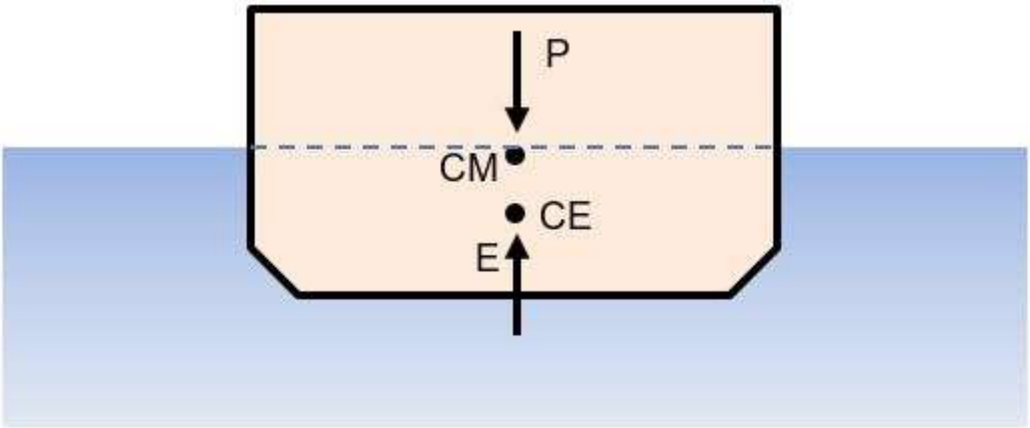


Figura 1

Sin embargo, el cuerpo puede inclinarse por muchas causas exógenas (como viento, la acción de las olas, etc.) provocando que el centro de empuje se desplace a una nueva posición *CE'* como se muestra en la figura 2a y 2b. Esto provoca que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo generen un torque sobre el mismo.

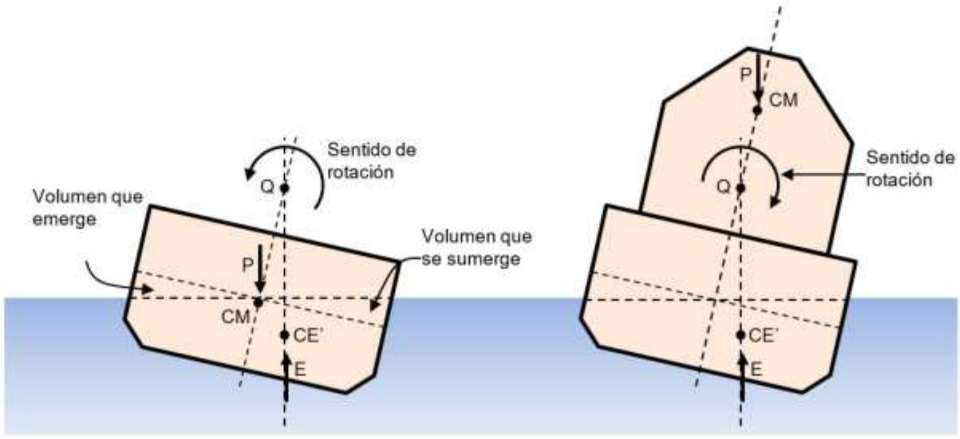


Figura 2a Figura 2b

Si el punto *Q*, definido por la intersección del eje del cuerpo y la línea de acción del empuje, está por encima del *CM* (figura 2a), $\bar{P}$ y $\bar{E}$ producirán un momento en sentido antihorario que hará que el cuerpo retorne a la posición neutral o de equilibrio, de este modo el equilibrio del cuerpo es estable. Si *Q* está por debajo de *CM* (figura 2b), el cuerpo se vuelve inestable debido al momento de sentido horario generado por $\bar{P}$ y $\bar{E}$ y el equilibrio del cuerpo resulta inestable.

Suponga que sumerge un cilindro hueco de aluminio de masa M y de sección uniforme A, en un líquido. Lo que se observa es que el mismo tiende a darse vuelta, indicando que el CM se encuentra debajo del punto Q (equilibrio inestable). Para bajar la posición del centro de masa hay que aumentar la masa del cilindro. Esto se logra, por ejemplo, agregando masas de peso uniforme *m* hasta lograr que el cilindro flote derecho como se muestra en la figura 3. En esta condición, el volumen sumergido V_s verifica la ecuación:

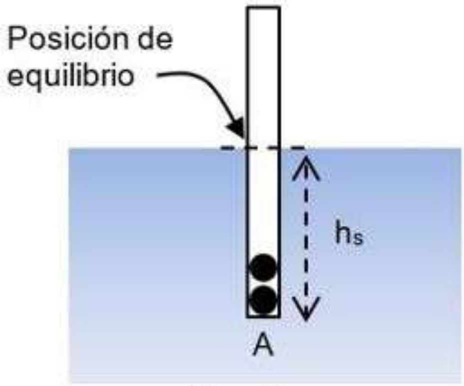


Figura 3

$$M_t g = \delta_{liq} V_s g = \delta_{liq}\, \mathrm{A}\, h_s g \qquad (1)$$

donde M_t es la masa total del cuerpo, δ_{liq} es la densidad del líquido y A es el área transversal.

Si se saca al cuerpo de su posición de equilibrio (elevándolo o hundiéndolo una longitud *x* respecto a dicha posición) como se muestra en la figura 4 y luego se lo libera, sobre el cuerpo actuará una fuerza neta cuyo módulo es igual a la variación de empuje que ha sufrido y en sentido opuesto al desplazamiento, además de la fuerza de fricción del cuerpo con el líquido. Estas fuerzas darán lugar a un movimiento oscilatorio amortiguado. Sin embargo, despreciando la fricción en las primeras oscilaciones, se cumplirá que:

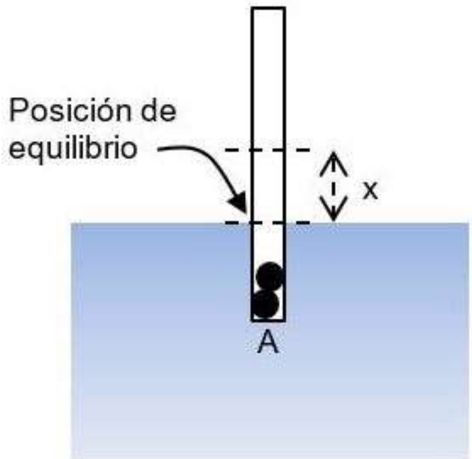


Figura 4

$$M_t a = \ \delta_{liq}\, \mathrm{A} x g \qquad (2)$$

De tal manera que la solución a esta ecuación es $x(t) = \ \mathrm{X}\cos(\omega t)$ con un período de oscilación dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M_t}{\delta_{liq}\,\mathrm{A}g}} = 2\pi\sqrt{\frac{M_t}{\mathrm{K}}} \qquad (3)$$

Objetivos

- Determinar experimentalmente el valor de la masa *M* del cilindro de aluminio y la masa *m* de una tuerca.
- Determinar experimentalmente el valor de *K*

Elementos disponibles

- 55 tuercas de masa m
- 1 recipiente con líquido sobre una base de madera.
- 1 cilindro hueco de aluminio con una escala graduada en su exterior.
- 1 cronómetro
- 1 regla.

Procedimiento

1. Monte el dispositivo y determine el número mínimo n_o de tuercas que deben introducirse en el tubo de aluminio para que flote verticalmente. **Tenga especial cuidado en que no entre líquido en el cilindro**.
2. A partir de ahí agregue tuercas en el interior del cilindro cuidadosamente y una vez alcanzado el equilibrio mida la profundidad de inmersión h_s.
3. Para cada valor de n mida el período de una oscilación. Esta medición es muy difícil. Deberá desarrollar un método y un criterio para hacerlo.

Consignas

1. Dé el valor de n_0.
2. Haga una tabla con los valores de h_s y n.
3. Grafique h_s vs n.
4. Ajuste los datos por una recta y determine el valor de la pendiente.
5. Determine el valor de la ordenada al origen de dicha recta.
6. Determine el valor de M
7. Determine el valor de m.
8. Haga una tabla con los valores de T y n.
9. A partir de la ecuación (3) encuentre una manera de graficar estos datos de tal forma que la relación sea lineal. De una expresión.
10. Grafique.
11. Ajuste la recta y determine el valor de la pendiente.
12. Determine el valor de K y compárelo con el teórico.

Dato: $\delta_{liq} = 1\ g/cm^3$