Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba: Mecánica
Parte Teórica

Nombre: ....

D.N.I.: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de D.N.I. en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Problema 1

De un grifo caen gotas de agua, de igual masa, a intervalos iguales de tiempo. Cuando una determinada gota de agua (gota A_1) comienza su caída libre, la gota precedente (gota A) ha descendido ya 0.3 m.

Suponga despreciable el roce de las gotas con el aire.

Considere $g = 10\ m/s^2$.

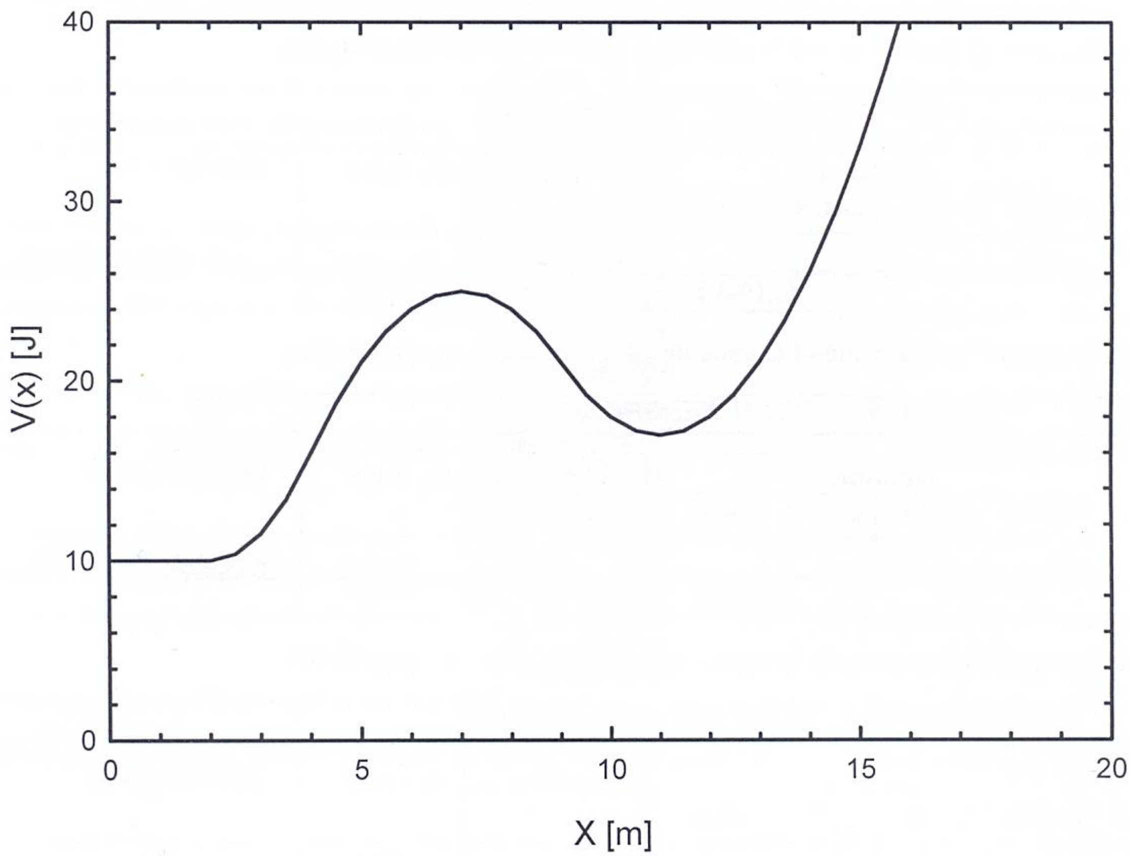
a) Escriba la función de posición de la gota A. Considere como instante inicial (t=0) al instante en que la gota A comienza su caída.
b) ¿Cuánto tiempo después que la gota A salió del grifo lo hace la gota A_1?
c) Escriba la función de posición de la gota A_1.
d) Cuando la distancia entre A y A_1 es de 0.9 m: ¿qué tiempo transcurrió desde que salió la gota A del grifo?
e) ¿Donde se encuentran, respecto del grifo, las gotas A y A_1 en el tiempo calculado en el punto anterior?

Problema 2

En la figura está representada la energía potencial V(x) de un cuerpo de 3 Kg de masa, que realiza un movimiento unidimensional.

El cuerpo se mueve, inicialmente, en dirección creciente de la coordenada x (de izquierda a derecha en el gráfico) partiendo de x = 0.

Considere $g = 10\ m/s^2$.



Si la energía total de cuerpo es 30 J y no hay fuerzas disipativas actuando sobre el mismo:

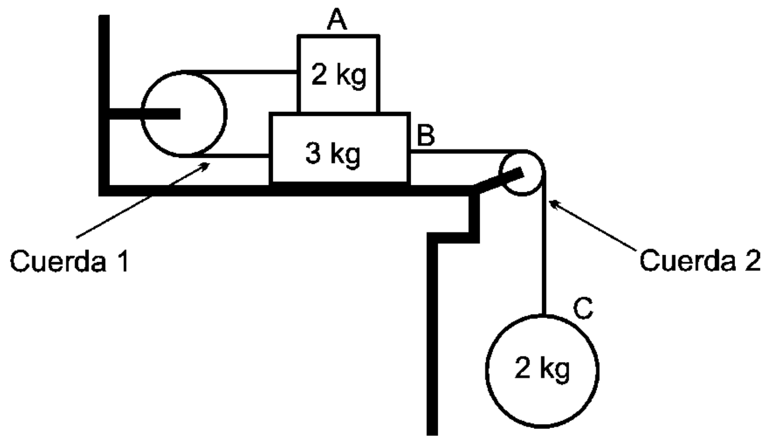
a) ¿Cuál será la velocidad del cuerpo en el intervalo [0 - 2] m?
b) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo en x = 7 m?
c) ¿Cuál es la posición más alejada que alcanzará el cuerpo respecto al origen? Esta posición es un *punto de retorno*.
d) Al pasar por x = 10 m, el cuerpo pierde repentinamente 9 J de energía. Describa y justifique el movimiento que realizará el cuerpo.

Si la energía total de cuerpo sigue siendo 30 J, pero ahora entre *x = 0 m* y *x = 20 m* existe una fuerza de rozamiento tal que el cuerpo pierde energía a razón de 2 J/m:

e) ¿Cuál es el punto de retorno del cuerpo?

Problema 3

Considere el sistema de cuerpos mostrado en la siguiente figura.



En ese sistema:

- entre los cuerpos A y B existe una fuerza de fricción.
- la superficie horizontal y las poleas no tienen fricción; las cuerdas son consideradas sin masa e inextensibles.
- los cuerpos se encuentran en reposo.
- considere $g = 10\ m/s^2$

a) Dibuje un diagrama de cuerpo aislado para cada cuerpo.

b) Determine el mínimo valor del coeficiente de fricción estático, para que los cuerpos permanezcan en reposo.

c) Encuentre la tensión (T_1 y T_2) en las cuerdas 1 y 2.

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$x_A(t) =$	
b)	$t =$	
c)	$x_{A1}(t) =$	
d)	$t =$	
e)	$x_A =$ $x_{A1} =$	

Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	v =	
b)	v =	
c)	x =	
d)		
e)	x =	

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	Cuerpo A: Cuerpo B: Cuerpo C:	
b)	μ_e =	
c)	T_1 = T_2 =	

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba: Mecánica
Parte Experimental

Nombre: ....

D.N.I.: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de D.N.I. en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Objetivo: Determinar el coeficiente de rozamiento estático entre un trozo de madera y una mesa.

Breve descripción: La mayoría de las superficies, aún las que se consideran pulidas, son extremadamente rugosas a escala microscópica. Esto es evidente cuando uno ejerce una fuerza para mover un cuerpo: es posible notar una oposición al movimiento relativo entre ambas superficies.

Si el cuerpo está inicialmente en reposo e incrementamos paulatinamente la fuerza que ejercemos sobre él, vemos que dicho cuerpo continuará en reposo hasta que la intensidad de la fuerza que ejercemos supere un valor límite, entonces el cuerpo comenzará a moverse.

A la fuerza que ejerce la superficie, y que se opone al movimiento del cuerpo que está en reposo, se la denomina *fuerza de rozamiento estático.* El valor máximo de esta fuerza, es proporcional al módulo de la fuerza normal que ejerce la superficie. La constante de proporcionalidad (μ_e) entre las dos fuerzas, depende de los materiales y características de las superficies en contacto.

$$F_{roce\,máxima} = \mu_e N$$

Montaje experimental

Figura 1

Elementos necesarios

- Un trozo de madera (tabla).
- Vaso plástico.
- Pesas o sistema de reemplazo: como ser tuercas, un recipiente contenedor de agua (“graduado” o graduable mediante una jeringa graduada).
- Balanza de cocina
- Jeringa hipodérmica
- Hilo de algodón o piolín
- Trozo de alambre (maleable)
- Un sorbete
- Cinta adhesiva
- Tachuelas
- Martillo

Desarrollo del experimento:

- Sobre dos caras opuestas del trozo de madera clave las tachuelas, como se indica en la Figura 2, a una altura de la base del orden del diámetro del sorbete.

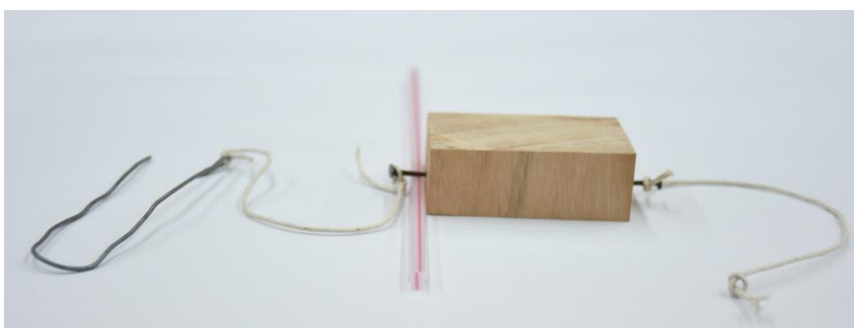


Figura 2

- Ate a cada tachuela un trozo de hilo de algodón de aproximadamente 15 cm de largo.
- En el extremo de uno de los hilos coloque un gancho hecho con el alambre.
- Clave una tachuela en la mesa de madera y ate allí el extremo del otro hilo (ver Figura 1).
- Sobre el borde de la mesa y con la ayuda de la cinta pegue la sorbete.
- Disponga el sistema como se muestra en la Figura 1 y coloque el vaso de plástico sobre el trozo de madera.

- Con la ayuda de la balanza determine el peso de las pesas o sistema de reemplazo.
- Utilice la jeringa para ir agregando agua al vaso plástico (Considere densidad del agua igual a 1 g/cm^3).

Consignas:

a) Mida la fuerza máxima necesaria para que el sistema “cuerpo de madera + vaso con agua”, se empiece a mover. Realice esto para distintas masas de agua (al menos diez). Construya una tabla.

   Sugerencia: Comience con 10 cm^3 de agua en el vaso y coloque de a una pesa en el soporte de alambre, hasta que el cuerpo se empiece a mover de una posición determinada (marcada previamente en la mesa). Incremente de a 10 cm^3 de agua.

b) Grafique la masa de las pesas vs la masa de agua.

c) En el gráfico del punto anterior, ajuste una recta y determine el valor del coeficiente de rozamiento estático.

d) Explique a que se debe que la recta tenga una ordenada al origen.

Problema Experimental

Hoja de respuestas.

Inciso		Puntaje
a)		
b)	Gráfico.	
c)	Valor de μ_e :	
d)	Justificación de ordenada al origen:	

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$x_A(t) = \frac{1}{2} g\, t^2 = 5\frac{m}{s^2}\; t^2$; $t \geq 0\; s$	**3 ptos.**
b)	$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 0.24495\; s$	**1 pto.**
c)	$x_{A1}(t) = \frac{1}{2} g\, t'^2 = \frac{1}{2} g\, (t - t_1)^2 = 5\frac{m}{s^2}\; (t - 0.24495\; s)^2$; $t \geq 0.24495\; s$	**3 ptos.**
d)	$t_2 = 0.4899\, s$	**1 pto.**
e)	$x_A(t_2) = 1.2\; m$ $x_{A1}(t_2) = 0.3\, m$	**2 ptos.**

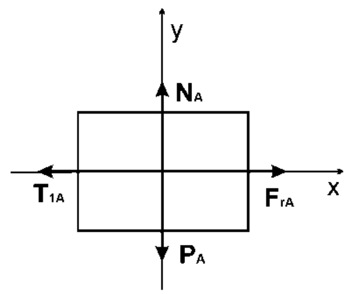
Problema Teórico 2

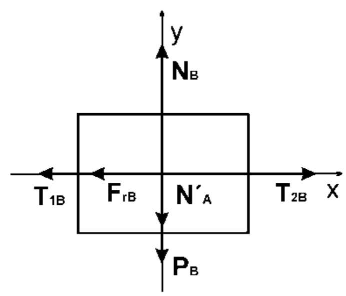
Hoja de Respuesta

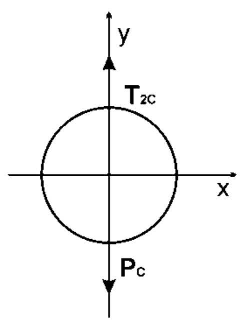
Inciso		Puntaje
a)	$v = 3.652\, m\, s^{-1}$	**2 ptos.**
b)	$v = 1.826\, m\, s^{-1}$	**2 ptos.**
c)	$x_r = 14.5\, m$	**2 ptos.**
d)	Al pasar por $x = 10\, m$, el cuerpo pierde 9 J de energía y ahora $E = 21\, J$. El cuerpo queda atrapado entre los puntos $x = 9\, m$ y $x = 13\, m$ dado que para esos puntos la energía cinética (la velocidad) es cero. El cuerpo realiza un movimiento oscilatorio ya que los puntos anteriores son puntos de retorno.	**2 ptos.**
e)	$x_r \cong 4,7\, m$	**2 ptos.**

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

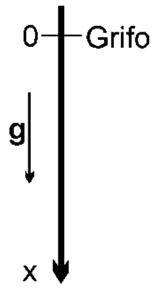
<table>
<tr><td>Inciso</td><td></td><td>Puntaje</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>Cuerpo A:


Cuerpo B:


Cuerpo C:

</td><td>**4,5 ptos.**</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$\mu_e = \frac{F_r}{m_A g} = 0.5$</td><td>**3,5 ptos.**</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$T_1 = F_r = 10N$
$T_2 = m_C g = 20\ N$</td><td>**2 ptos.**</td></tr>
</table>

Soluciones

Problema Teórico 1.



a) De acuerdo al sistema de coordenadas elegido, el movimiento de la gota es unidimensional y en la dirección de x.

$m\, a_A = m\, g \Rightarrow\ a_A = g$

Donde m y a_A son la masa y la aceleración de la gota A y g es la aceleración de la gravedad. Luego, como la gota parte del reposo,

$v_A = g\, t$

Finalmente la función de posición de la gota A es,

$x_A(t) = \frac{1}{2} g\, t^2 = 5\frac{m}{s^2}\ t^2; t \geq 0\, s$

b) Cuando la gota A_1 comienza su caída, la gota A se encuentre en la posición

$x_A(t_1) = d = 0.3\, m$

Donde t_1 es el tiempo, respecto del instante que sale la gota A, en el cual sale la gota A_1. Luego,

$x_A(t) = \frac{1}{2} g\, t_1^2 = d$

$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 0.24495\, s$

c) Usando el mismo sistema de coordenadas que para la gota A,

$m\, a_{A1} = m\, g \Rightarrow\ a_{A1} = g$

Donde m y a_{A1} son la masa y la aceleración de la gota A_1 y g es la aceleración de la gravedad. Luego, como la gota parte del reposo,

$v_A = g\, t'$

Donde t' es el tiempo medido desde que sale la gota A y $t' = t - t_1$

Finalmente la función de posición de la gota A_1 es,

$$x_{A1}(t) = \frac{1}{2} g\, t'^2 = \frac{1}{2} g\, (t - t_1)^2 = 5 \frac{m}{s^2}\, (t - 0.24495\ s)^2; t \geq 0.24495\ s$$

d) Sea t_2 el tiempo para el cual la distancia entre las gotas A y A_1 es $D = 0.9\, m$. Luego,

$$|x(t_2) - x_{A1}(t_2)| = D$$

Como $x(t_2) > x_{A1}(t_2)$ para todo tiempo mayor que cero

$$|x(t_2) - x_{A1}(t_2)| = x(t_2) - x_{A1}(t_2) = \frac{1}{2} g\, t_2^2 - \frac{1}{2} g\, (t_2 - t_1)^2 = D$$

$$t_2^2 - t_2^2 + 2 t_2 t_1 - t_1^2 = \frac{2D}{g}$$

$$t_2 = \frac{1}{2t_1}\left(\frac{2D}{g} + t_1^2\right) = \frac{D + d}{\sqrt{2dg}} = 0.4899\ s$$

e)

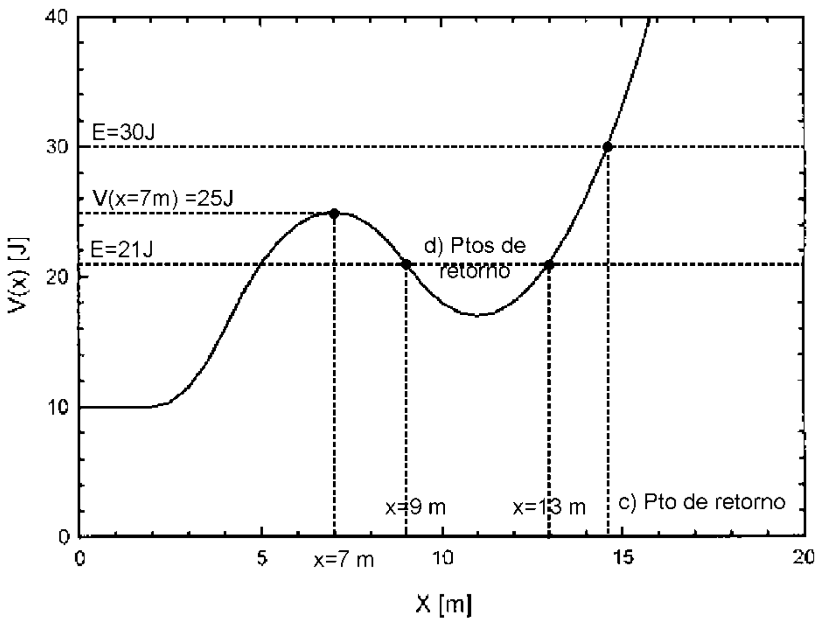
$$x_A(t_2) = 1.2\ m$$

$$x_{A1}(t_2) = 0.3\ m$$

Problema Teórico 2.

No hay fuerzas disipativas, por lo tanto la energía total del sistema se conserva.

La energía total E del sistema es $E = K(x) + V(x)$ donde K(x) es la energía cinética y V(x) es la energía potencial dada por la figura.



a)

$$E = K(x) + V(x) = 30\,J$$

En el intervalo [0-2] m, $V = 10\,J$. Luego

$$K(x) = \frac{1}{2}mv^2 = E - V = 20\,J$$

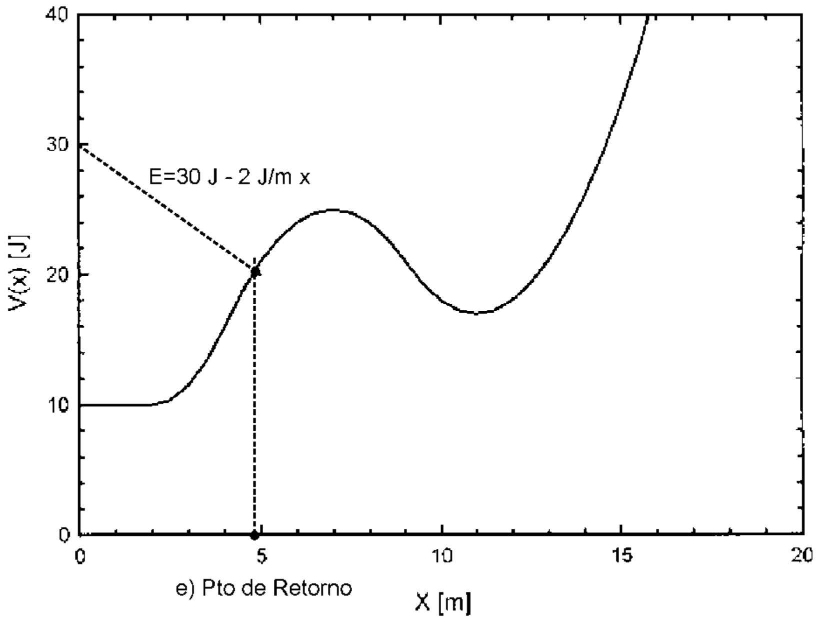
$$v = \sqrt{\frac{2(E-V)}{m}} = 3.652\,m\,s^{-1}$$

b) De acuerdo a la gráfica de la energía potencial, $V(7\,m) = 25\,J$

$$v = \sqrt{\frac{2(E-V)}{m}} = 1.826\,m\,s^{-1}$$

c) La posición más alejada del origen que alcanzará el cuerpo es aquella para la cual la velocidad del cuerpo es cero y, por lo tanto $V(x_r) = E = 30\,J$. Del gráfico, $x_r = 14.5\,m$.

d) Al pasar por $x = 10\,m$, el cuerpo pierde 9 J de energía y ahora $E = 21\,J$. El cuerpo queda atrapado entre los puntos $x = 9\,m$ y $x = 13\,m$ dado que para esos puntos la energía cinética (la velocidad) es cero. El cuerpo realiza un movimiento oscilatorio ya que los puntos anteriores son puntos de retorno.



e) Ahora existe una fuerza de rozamiento y por lo tanto la energía no se conserva. El cuerpo pierde energía a razón de $2\,J\,m^{-1}$, luego

$E - 2\,J\,m^{-1}x = K(x) + V(x)$

El punto de retorno x_r es tal que

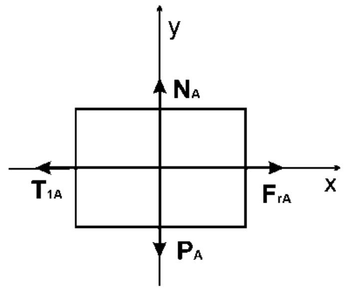
$E - 2\,J\,m^{-1}x_r = V(x_r)$

Del gráfico $x_r \cong 4{,}7\ m$

Problema Teórico 3.

a)

Cuerpo A



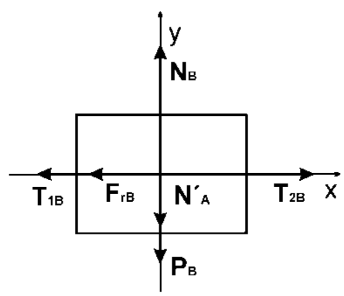
$\vec{P_A}$: Peso de A.

$\vec{T}_{1A}$: Tensión de la cuerda 1 sobre A.

$\vec{N}_A$: Fuerza que hace B sobre A.

$\vec{F}_{rA}$: Fuerza de roce que hace B sobre A.

Cuerpo B



$\vec{P_B}$: Peso de B.

$\vec{T}_{1B}$: Tensión de la cuerda 1 sobre B.

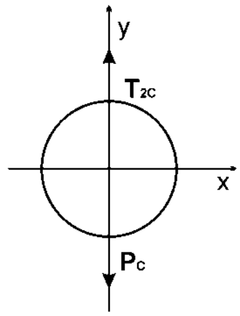
$\vec{N'_A}$: Fuerza que hace A sobre B.

$\vec{F}_{rB}$: Fuerza de roce que hace A sobre B.

$\vec{N}_B$: Fuerza de la superficie sobre B.

$\vec{T}_{2B}$: Tensión de la cuerda 2 sobre B.

Cuerpo C



$\vec{T}_{2C}$: Tensión de la cuerda 2 sobre C.

$\vec{P}_C$: Peso de C.

b) Cuerpos en reposo. Del diagrama de cuerpo aislado,

Cuerpo A:

$\overrightarrow{P_A} + \vec{T}_{1A} + \vec{N}_A + \vec{F}_{rA} = 0$

Cuerpo B:

$\overrightarrow{P_B} + \vec{T}_{1B} + \overrightarrow{N'}_A + \vec{F}_{rB} + \vec{N}_B + \vec{T}_{2B} = 0$

Cuerpo C:

$\vec{T}_{2C} + \vec{P}_C = 0$

Usando los sistemas de coordenadas indicado en cada diagrama de cuerpo aislado,

Cuerpo A:

x) $F_{rA} - T_{1A} = 0$

y) $N_A - P_A = N_A - m_A g = 0$

Cuerpo B:

x) $T_{2B} - F_{rB} - T_{1B} = 0$

y) $N_B - N'_A - P_B = N_B - N'_A - m_B g = 0$

Cuerpo C:

y) $T_{2C} - P_C = T_{2C} - m_C g = 0$

Como las cuerdas son inextensibles y sin masas, $T_{1A} = T_{1B} = T_1$ y $T_{2C} = T_{2B} = T_2$

Los pares de fuerzas $\vec{N}_A$ y $\overrightarrow{N'}_A$; y $\vec{F}_{rA}$ y $\vec{F}_{rB}$ son pares acción-reacción y por lo tanto, $N_A = N'_A$ y $F_{rA} = F_{rB} = F_r$.

Luego,

$T_1 = F_r$ (1)

$N_A = m_A g = 20\ N$ (2)

$T_2 = T_1 + F_r$ (3)

$N_B = N_A + m_B g = N_A + 30\ N$ (4)

$T_2 = m_C g = 20\ N$ (5)

Reemplazando (5) y (1) en (3) resulta

$$m_C g = F_r + F_r = 2F_r = 20N$$

$$F_r = \frac{m_C g}{2} = 10N$$

El roce estático es $F_r = \mu_s N_A = \mu_s m_A g = 10N$, luego

$$\mu_s = \frac{F_r}{m_A g} = 0.5$$

c)

De (1) $T_1 = F_r = 10N$

De (5) $T_2 = m_C g = 20\ N$

Problema Experimental
Hoja de respuestas.

Nota: para llevar adelante la prueba y presentar la solución que figura más abajo, se utilizaron como pesas, o sistema de reemplazo, 20 tuercas de acero de ¼ (masa aproximada de cada tuerca 3 g).

<table>
<tr><td>Inciso</td><td></td><td>Puntaje</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><td>M_A [g]</td><td>Nº de tuercas</td><td>M_T[g]</td></tr>
<tr><td>10.0 ± 0.2</td><td>5</td><td>16.5 ± 1</td></tr>
<tr><td>20.0 ± 0.4</td><td>6.5</td><td>21.5 ± 1</td></tr>
<tr><td>30.0 ± 0.6</td><td>8</td><td>26.4 ± 1</td></tr>
<tr><td>40.0 ± 0.8</td><td>9</td><td>29.7 ± 1</td></tr>
<tr><td>50 ± 1</td><td>10</td><td>33 ± 1</td></tr>
<tr><td>60 ± 1</td><td>11.5</td><td>38 ± 1</td></tr>
<tr><td>70 ± 1</td><td>13</td><td>43 ± 1</td></tr>
<tr><td>80 ± 2</td><td>14</td><td>46 ± 1</td></tr>
<tr><td>90 ± 2</td><td>15</td><td>50 ± 1</td></tr>
<tr><td>100 ± 2</td><td>16.5</td><td>54 ± 1</td></tr>
</table>
</td><td>1 pto. por medición, máximo 10 ptos.</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Gráfico.: Ver hoja aparte</td><td>5 pto.</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Valor de μ_e : 042 ± 0.03</td><td>2 ptos.</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Justificación de ordenada al origen: Como $M_T = \mu_e M_A + \mu_e M$, entonces la ordenada al origen es $\mu_e M$ donde *M* es la masa del trozo de madera mas la masa del vaso de plástico</td><td>3 ptos.</td></tr>
</table>

Solución:

Al pesar 10 tuercas obtuvimos una masa de (33 $\pm$ 1) g, por lo tanta cada tuerca tiene una masa media M_T = (3.3 $\pm$ 0.1) g

M_A [g]	Nº de tuercas	M_T[g]
10.0 $\pm$ 0.2	5	16.5 $\pm$ 1
20.0 $\pm$ 0.4	6.5	21.5 $\pm$ 1
30.0 $\pm$ 0.6	8	26.4 $\pm$ 1
40.0 $\pm$ 0.8	9	29.7 $\pm$ 1
50 $\pm$ 1	10	33 $\pm$ 1
60 $\pm$ 1	11.5	38 $\pm$ 1
70 $\pm$ 1	13	43 $\pm$ 1
80 $\pm$ 2	14	46 $\pm$ 1
90 $\pm$ 2	15	50 $\pm$ 1
100 $\pm$ 2	16.5	54 $\pm$ 1

- $M_A = V_A * \rho$ donde V_A es el volumen de agua medido con la jeringa y ρ la densidad del agua.
- Aquellos casos donde se consideró media tuerca fue debido a que con el número de tuercas precedentes no se movía y con el siguiente se deslizaba continuamente. Por lo tanto la incertidumbre debe ser menor a ½ tuerca.
- En nuestro caso tomamos una incertidumbre de 1/3 de tuerca (1 g) para todas las medidas de M_T.

Como:

$$F_{roce\,máxima} = M_T g = \mu_e N$$
$$M_T g = \mu_e (M_A + M) g$$
$$M_T = \mu_e (M_A + M)$$
$$M_T = \mu_e M_A + \mu_e M$$

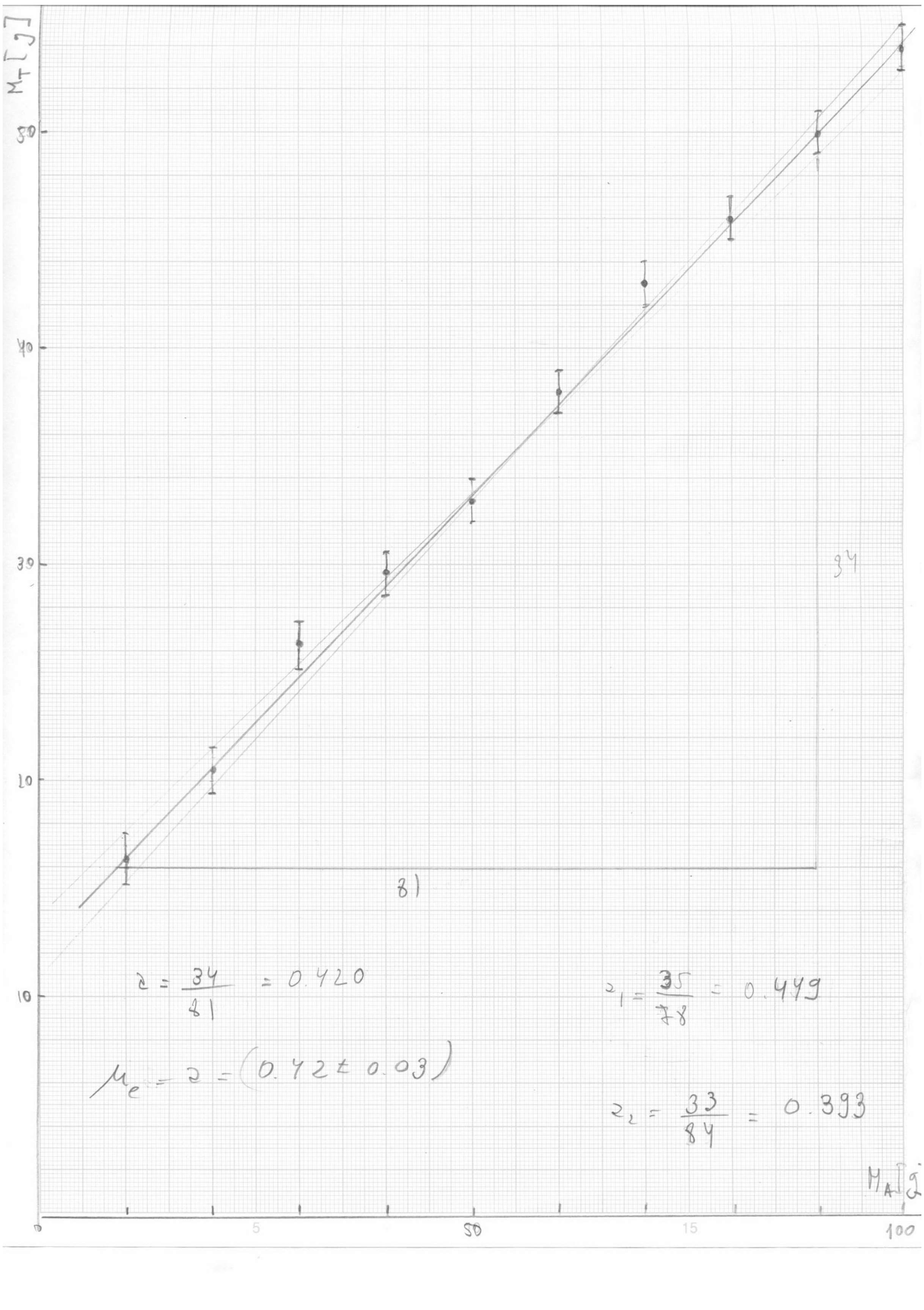
Donde M representa la masa del trozo de madera más la masa del vaso de plástico.

Si graficamos M_T *vs* M_A, obtenemos una recta cuya pendiente es el coeficiente de rozamiento y claramente la ordenada al origen está dada por $\mu_e M$.

En la página siguiente se muestra el gráfico de los datos y el ajuste correspondiente.

Del ajuste resulta:

$$\mu_e = 0.42 \pm 0.03$$



$a = \frac{34}{81} = 0.420$

$a_1 = \frac{35}{78} = 0.449$

$\mu_e = a = (0.42 \pm 0.03)$

$a_2 = \frac{33}{84} = 0.393$