Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba: Mecánica
Parte Teórica

Nombre: ....

D.N.I.: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de D.N.I. en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

- Escriba en un solo lado de las hojas.

Problema 1

El piloto de un avión quiere ir en línea recta entre dos ciudades (A y B). Las ciudades distan 100 km una de otra y se encuentran sobre el mismo meridiano. La ciudad desde donde parte el avión (ciudad A) está al norte de la ciudad de destino (ciudad B).

El avión tiene una velocidad, **respecto al aire en calma,** de 200 km/h. Al momento del despegue, se le informa al piloto que existe un fuerte viento de 50 km/h en dirección este-oeste.

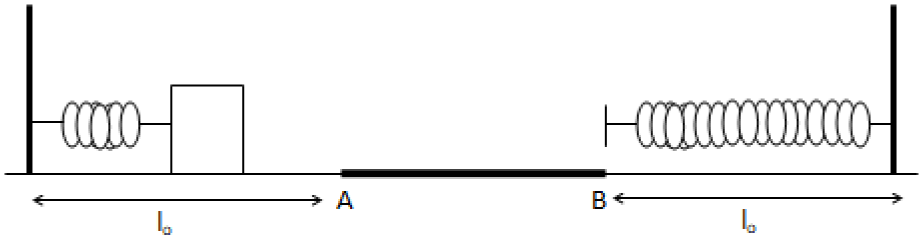
a) Realice un diagrama de la situación planteada. En el mismo indique el sistema de coordenadas a utilizar, la ubicación de las ciudades A y B, la velocidad del viento y la velocidad del avión respecto a tierra.

b) Escriba una expresión para la velocidad del avión respecto de tierra en función de la velocidad del avión respecto del aire y de la velocidad del viento.

c) ¿Cuál es la dirección en que el piloto debe apuntar el avión a fin que pueda realizar el viaje como lo desea?

d) ¿Cuánto tarda en realizar el viaje entre ambas ciudades?

Problema 2
Dos resortes idénticos, ambos de constante $k = 200\ N/m$ y longitud natural l_0, están fijos en los extremos opuestos de una pista plana como se muestra en la figura.



Se empuja un bloque de *5 kg* contra el resorte izquierdo comprimiéndolo *0,15 m*. El bloque, inicialmente en reposo, se suelta.

La pista no tiene fricción, excepto en el tramo AB. Si el coeficiente de fricción dinámico es $\mu = 0{,}08$ y la longitud AB es *0,25 m*, encuentre:

a) la velocidad del bloque en A.
b) la velocidad del bloque en B.
c) la compresión máxima del resorte de la derecha.

Luego de comprimir el resorte de la derecha, el bloque vuelve a pasar por el tramo AB y rebota en el resorte de la izquierda,

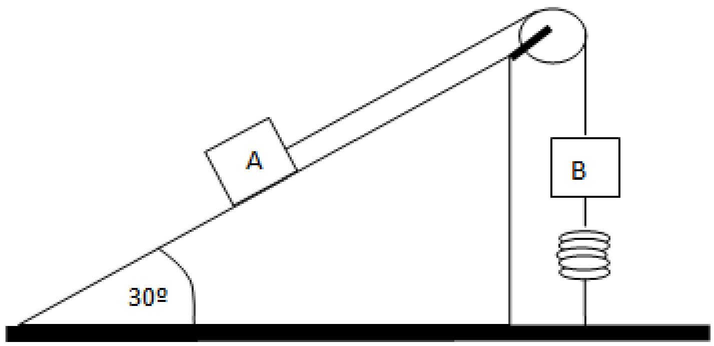
d) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse desde que empieza a transitar el tramo AB por tercera vez?
e) Respecto del punto A, ¿dónde se detiene el bloque?

Considere $g = 10\ m/s^2$

Problema 3

Un bloque A de 20 kg se conecta a otro bloque B de 30 kg por medio de una cuerda inextensible sin masa. La cuerda pasa por una polea sin fricción como se muestra en la figura.

El bloque B está conectado a un resorte que tiene una masa despreciable, una longitud natural de 20 cm y una constante de fuerza de 250 N/m. El plano sobre el cual está apoyado el bloque A no presenta fricción. Inicialmente el bloque B está en reposo a 40 cm del piso. Cuando el bloque B es liberado, ambos bloques comienzan a oscilar.



a) Haga un diagrama aislado de fuerzas para cada bloque.
b) Plantee las ecuaciones de movimiento.
c) Calcule la velocidad de los bloques cuando el bloque B se encuentra a 20 cm del piso (es decir, cuando el resorte no está deformado).

Considere $g = 10\ m/s^2$

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
d)		
e)		

Problema Teórico 2

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

Problema Teórico 3

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		

Olimpíada Argentina de Física

Pruebas Preparatorias
Primera Prueba: Mecánica
Parte Experimental

Nombre: ....

D.N.I.: ....

Escuela: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de D.N.I. en el sitio indicado. No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.

- No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.

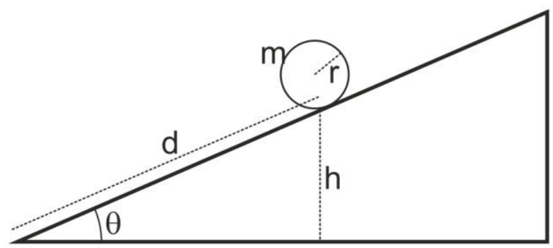
- Escriba en un solo lado de las hojas.

Radio de giro.
La energía cinética de un cuerpo rígido se puede escribir como

$$K = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 \qquad (1)$$

donde v es la velocidad del centro de masa, ω es la velocidad angular y m e I_{CM} son la masa y el momento de inercia respecto del centro de masa del cuerpo, respectivamente.

Considere un cilindro de radio r y masa m ubicado sobre un plano inclinado (ver la figura). Suponga que inicialmente el cuerpo está en reposo en la posición que se indica en la figura.



Si se libera al cilindro, permitiendo que descienda “rodando sin deslizar” ($v = r\,\omega$) por el plano inclinado, la conservación de la energía mecánica se puede escribir de la forma:

$$mg[h + r\cos(\theta)] = \frac{1}{2} \frac{(mgr)^2}{(I_{CM} + mr^2)} \frac{h^2}{d^2} t^2 + mgr\cos(\theta) \qquad (2)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, h es la altura que se indica en la figura y t el tiempo en el que el cilindro recorre la distancia d.
Luego, se puede escribir,

$$h = \frac{2d^2}{g} \left(\frac{r_g^2}{r^2} + 1 \right) \frac{1}{t^2} \qquad (3)$$

donde $r_g = \sqrt{\frac{I_{CM}}{m}}$ es el radio de giro.

Objetivo
Determinar el radio de giro r_g de un cuerpo cilíndrico

Materiales
- Cuerpo cilíndrico (lata vacía -de durazno, atún-, pila, etc.).
- Plano inclinado (madera, carpeta rígida, etc.).
- Cronómetro.
- Regla.
- Papel.

Procedimiento
1) Determine el perímetro p del cuerpo cilíndrico.
2) En el plano inclinado, marque una distancia d (mayor o igual a $2\,p$).

3) Para la altura h (ver figura), mida el tiempo t en el cual el cuerpo cilíndrico recorre la distancia d. Repita la medición al menos 5 (cinco) veces.
4) Repita el punto c) para, al menos, 5 (cinco) valores diferentes de h.

Consignas

a) A partir de la medición de p, determine r.
b) Reporte las mediciones realizadas en una tabla.
c) A partir de las magnitudes medidas y de la ecuación 3, elija dos variables (x e y) de manera tal de obtener una relación lineal entre las mismas. Realice un gráfico de las variables elegidas.
d) Haga un ajuste lineal de los puntos graficados, y determine la pendiente y la ordenada al origen.
e) A partir de la ecuación 3 y de los valores obtenidos del ajuste, determine el radio de giro r_g del cuerpo cilíndrico.

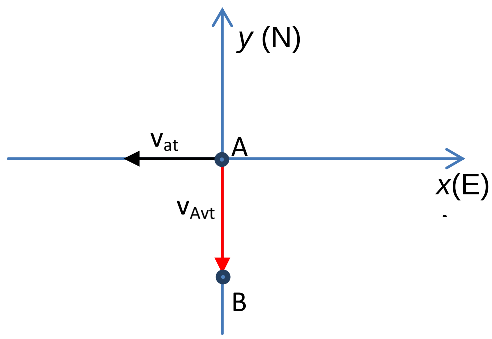
Problema Experimental

Hoja de respuestas.

Inciso		Puntaje
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		

Problema Teórico 1

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	 v_{Avt} es la velocidad del avión respecto a tierra y v_{at} es la velocidad del aire respecto a tierra (viento).	2 ptos
b)	$v_{Avt} = v_{Ava} + v_{at}$ v_{Ava} es la velocidad del avión respecto al aire.	2 ptos
d)	θ = 284,48º o -75.52º respecto del eje x (dirección Oeste – Este)	3 ptos
e)	t = 0.516 h	3 ptos

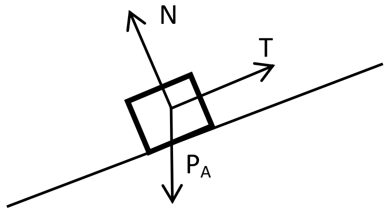
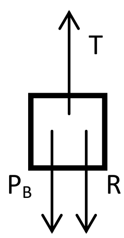
<u>Problema Teórico 2</u>

Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	$v_A = 0.949\, m/s$	2 ptos
b)	$v_B = 0.708\, m/s$	2 ptos
c)	$\Delta x = 0.112 m$	2 ptos
d)	$t = 0.3975 s$	2 ptos
e)	$x = 0.063\, m$	2 ptos

<u>Problema Teórico 3</u>

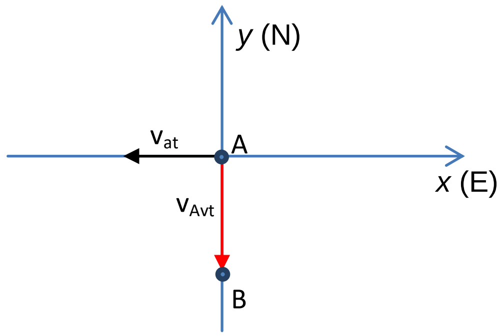
Hoja de Respuesta

Inciso		Puntaje
a)	Cuerpo A  Cuerpo B  	4 ptos
b)	$P_B - P_A sen\ 30º + k\Delta x = (m_B + m_A)a$	3 ptos
c)	$v = 1{,}342\ m/s$	3 ptos

Soluciones

Problema Teórico 1.

a)



b)Por la ley de adición de velocidades de Galileo podemos escribir:

$$v_{Avt} = v_{Ava} + v_{at}$$

donde v_{Avt} es la velocidad del avión respecto a tierra, v_{Ava} es la velocidad del avión respecto al aire y v_{at} es la velocidad del aire respecto a tierra (viento).

c) Con los datos del problema podemos escribir:

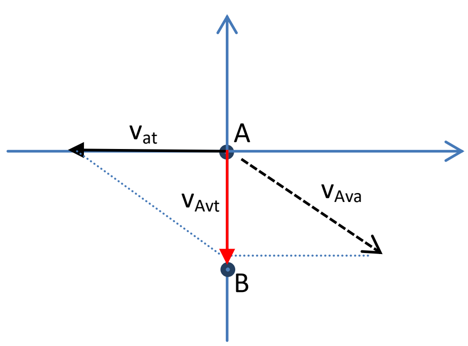
$$v_{at} = (-50, 0) \text{ Km/h}$$

$$v_{Avt} = (0, -v) \text{ Km/h}$$

ya que el viento sopla de Este a Oestey que la velocidad del avión respecto a tierra debe ser en dirección Norte-Sur. Además, como el módulo de la velocidad del avión respecto al aire es 200 Km/h podemos escribir:

$$v_{Ava} = 200(\cos\theta, \operatorname{sen}\theta) \text{ Km/h}$$

donde θ nos da la dirección en la que el piloto debe apuntar. Gráficamente:



Resolviendo las ecuaciones en componentes resulta:

$$0 = 200\cos\theta - 50 \qquad (1)$$

$$-v = 200\,\mathrm{sen}\theta \qquad (2)$$

De la ec. (1) resulta:

$$\cos\theta = 50/200 = 0.25 \quad \longrightarrow \quad \theta = 284{,}48^{\circ} \text{ o } -75.52^{\circ}$$

d) De la ec. (2) se obtiene que:

$$v = -200\,\mathrm{sen}\,(284{,}48^{\circ}) = 193.65 \text{ Km/h}$$

Como:

$$d = vt \quad \longrightarrow \quad t = d/v = 100 \text{ Km}/\ 193.65 \text{ Km/h} = 0.515 \text{ h}$$

Problema Teórico 2.

a)Por conservación de la energía mecánica:

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 \quad \longrightarrow \quad v_A = \sqrt{\frac{k}{m}}\Delta x = \sqrt{\frac{200}{5}}0.15\,m/s = 0.949\,m/s$$

b) Entre los puntos A y B la energía cinética no se conserva porque hay rozamiento. Por lo tanto se cumple que la variación de energía es igual al trabajo hecho por la fuerza de rozamiento.

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = -\mu mgd_{AB} = -0.08(50)0.25\,J = -1\,J$$

$$v_B^2 = v_A^2 - \frac{2J}{5\,Kg}$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - \frac{2J}{5\,Kg}} = \sqrt{0.949^2 - 0.4} = 0.708\,m/s$$

c) Nuevamente planteamos conservación de la energía entre la posición B y la de máxima compresión del resorte de la derecha:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \quad \longrightarrow \quad \Delta x = \sqrt{\frac{m}{k}v_B^2} = 0.112m$$

d)Nuevamente en el tramo AB se pierde energía por rozamiento:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu mgd_{AB} = -0.08(50)0.25\,J = -1\,J$$

$$v_A^2 = v_B^2 - \frac{2J}{5\,Kg}$$

$$v_A = \sqrt{v_B^2 - \frac{2J}{5\,Kg}} = \sqrt{0.708^2 - 0.4} = 0.318\,m/s$$

Después de rebotar en el resorte de la izquierda, no tiene energía suficiente para atravesar la zona rugosa, pues el radicando es menor que cero:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - \frac{2J}{5\,Kg}} = \sqrt{0.318^2 - 0.4} = \sqrt{0.101 - 0.4}$$

Para encontrar donde se detiene, tenemos que plantear un movimiento uniformemente desacelerado (por el rozamiento) con velocidad inicial $v_{Ai} = 0.318\, m/s$

$$a_x = -\frac{F}{m} = -\frac{\mu mg}{m} = -\mu g = -0.8\, m/s^2$$

Por lo tanto:

$$v_x = v_{Ai} - a_x t = 0.318 - 0.8t$$

Cuando se detiene $v_x = 0$ por lo tanto el tiempo que tarda en detenerse es:

$$0 = 0.318 - 0.8t \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{0.318}{0.8}s = 0.3975s$$

e) Tomando x = 0 en A resulta que el cuerpo se detiene en:

$$x = v_{Ai}t - \frac{a_x t^2}{2} = 0.318(0.3975) - 0.4(0.3975)^2 = 0.063\, m$$

Por energía

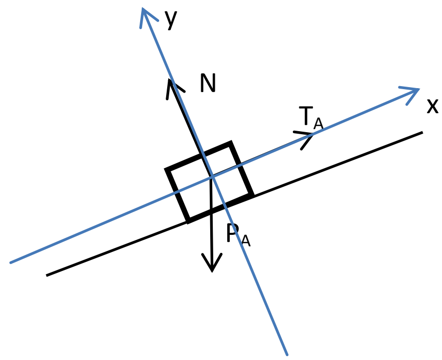
$$\frac{1}{2} m v_{Ai}^2 = \mu m g x$$

$$x = \frac{v_{Ai}^2}{2\mu g} = 0{,}063\ m$$

Problema Teórico 3.

a)

Cuerpo A

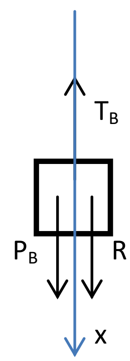


P_A: Peso de A.

T_A: Tensión de la cuerda sobre A.

N: Fuerza que hace la plataforma sobre A.

Cuerpo B



P_B: Peso de B.

T_B: Tensión de la cuerda sobre B.

R: Fuerza restitutiva del resorte.

b) Del diagrama de cuerpo aislado,

Cuerpo A:

$\overrightarrow{P_A} + \vec{T} + \vec{N} = m_A\vec{a}$

Cuerpo B:

$\overrightarrow{P_B} + \vec{T} + \vec{R} = m_B\vec{a}$

Donde$\vec{T_A} = \vec{T_B} = \vec{T}$ pues las cuerdas son inextensibles y sin masas.

Usando los sistemas de coordenadas indicado en cada diagrama de cuerpo aislado,

Cuerpo A:

x) $T - P_A sen\, 30º = m_A a$

y) $N - P_A \cos 30º = 0$

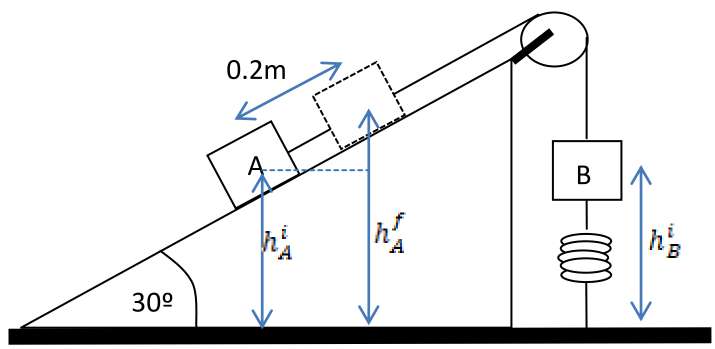
Cuerpo B:

x) $-T + P_B + k\Delta x = m_B a$

Combinando estas ecuaciones, resulta que la ecuación de movimiento es:

$$P_B - P_A sen\ 30º + k\Delta x = (m_B + m_A)a$$

c)Para resolver este punto planteamos conservación de la energía mecánica. Inicialmente ambos cuerpos están en reposo y en el instante de interés ambos cuerpos tienen la misma velocidad.



Inicialmente:

$$E_i = \frac{1}{2}\ k\Delta x^2\ + m_B g h_B^i + m_A g h_A^i$$

En el instante de interés:

$$E_f = \frac{1}{2}\ (m_A + m_B)v^2\ + m_B g h_B^f + m_A g h_A^f$$

Igualando y despejando v, resulta:

$$\frac{1}{2}(m_A + m_B)v^2 = \frac{1}{2}\ k\Delta x^2\ + m_B g\left(h_B^i - h_B^f\right) + m_A g(h_A^i - h_A^f) \qquad (1)$$

De la figura se observa que:

$$(h_A^i - h_A^f) = -0.2\ sen30º = 0.1m\left(h_B^i - h_B^f\right) = 0.2m$$

$$\Delta x = 0.2\ m$$

Reemplazando en (1)

$$25v^2 = 125\ (0,04) + 300(0,2) - 200(0,1)\ = 45$$

$$v = \sqrt{\frac{45}{25}} = 1,342\ m/s$$

Respuesta problema experimental

a) 2 ptos

$p = (31{,}4 \pm 0{,}1)cm$

Como $p = 2\,\pi\,r$,

$r = (5{,}00 \pm 0{,}02)\ cm$

Donde el error de r se determino usando $\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta p}{p}$.

b) 6 ptos

$h\ [cm]\ \pm\ 0{,}1\ cm$	$t\ [s]\ \pm\ 0{,}1\ s$	$\bar{t}[s] \pm 0{,}1\ s$	$x\ [s^{-2}]$	$\Delta x\ [s^{-2}]$	$y\ [cm^{-1}]$	$\Delta y\ [cm^{-1}]$
3,4	1,4	1,4	0,49	0,07	0,0034	0,0001
	1,5					
	1,4					
	1,5					
	1,4					
4,1	1,2	1,1	0,8	0,1	0,0042	0,0001
	1,2					
	1,2					
	1,1					
	1,1					
5,1	1,1	1,0	1,0	0,2	0,0052	0,0001
	1,0					
	1,0					
	1,0					
	1,0					
5,5	0,9	0,9	1,1	0,2	0,0056	0,0001
	0,9					
	1,0					
	0,9					
	1,0					
6,9	0,8	0,8	1,5	0,4	0,0070	0,0001
	0,8					

	0,8					
	0,8					
	0,8					

Para el tiempo medido (t) se tomó como error el tiempo de reacción del observador (0,1s). Para el tiempo promedio ($\bar{t}$) para cada altura se tomó el tiempo de reacción del observador como error dado que el error estadístico es menor.

c) 6 ptos

Se eligieron las variables

$$x = \frac{1}{t^2}$$

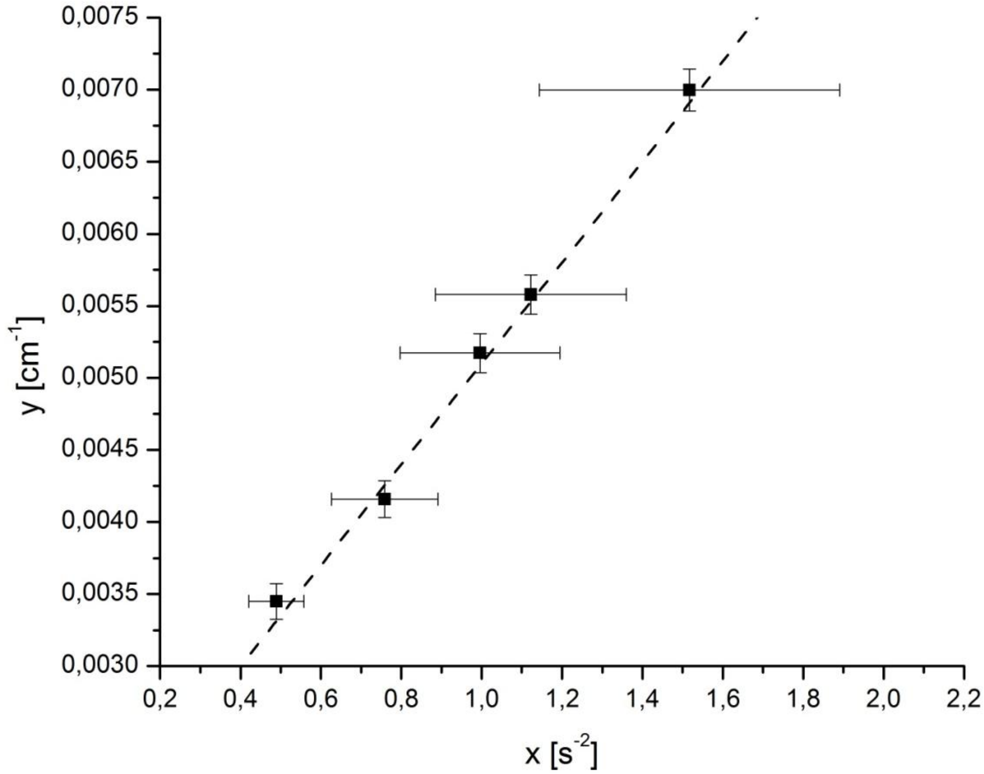
$$y = \frac{d}{h^2}$$

Para el cálculo del error se utilizó

$$\frac{\Delta x}{x} = 2\frac{\Delta t}{t}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta h}{h} + 2\frac{\Delta d}{d}$$

Los valores de estas variables y sus errores están reportados en la tabla.



d) 4 ptos

Del ajuste realizado la pendiente (m) y la ordenada al origen (b) son,

$m = (35 \pm 1)10^{-4}\ cm^{-1}\ s^{2}$

$b = (16 \pm 1)10^{-4}\ cm^{-1}$

e) 2 ptos

De la ecuación 3 se obtiene

$r_g = r\sqrt{\frac{g\ a}{2} - 1}$

Luego

$r_g = (4{,}2 \pm 0{,}2)cm$

Donde se tomó $g = (9{,}8 \pm 0{,}1)\ m\ s^{-2}$