Olimpíada Argentina de Física 2025

Instancia Nacional

Prueba Experimental

NIVEL 1

Nombre: ....

D.N.I.: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- **Verifique que Usted tenga todos los elementos listados en la primera página.** Usted dispone de 5 minutos para solicitar los elementos faltantes de su equipo experimental.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado en esta portada. **No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.**

- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. Ejemplo: PE 2/5 (Prueba Experimental, hoja dos de cinco). **No enumere las hojas del enunciado.**

- Escriba con lapicera color azul. **No se puede usar ningún otro color.**

- Si necesita más hojas pídalas al Bedel. **No use hojas personales.**

- **No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.**

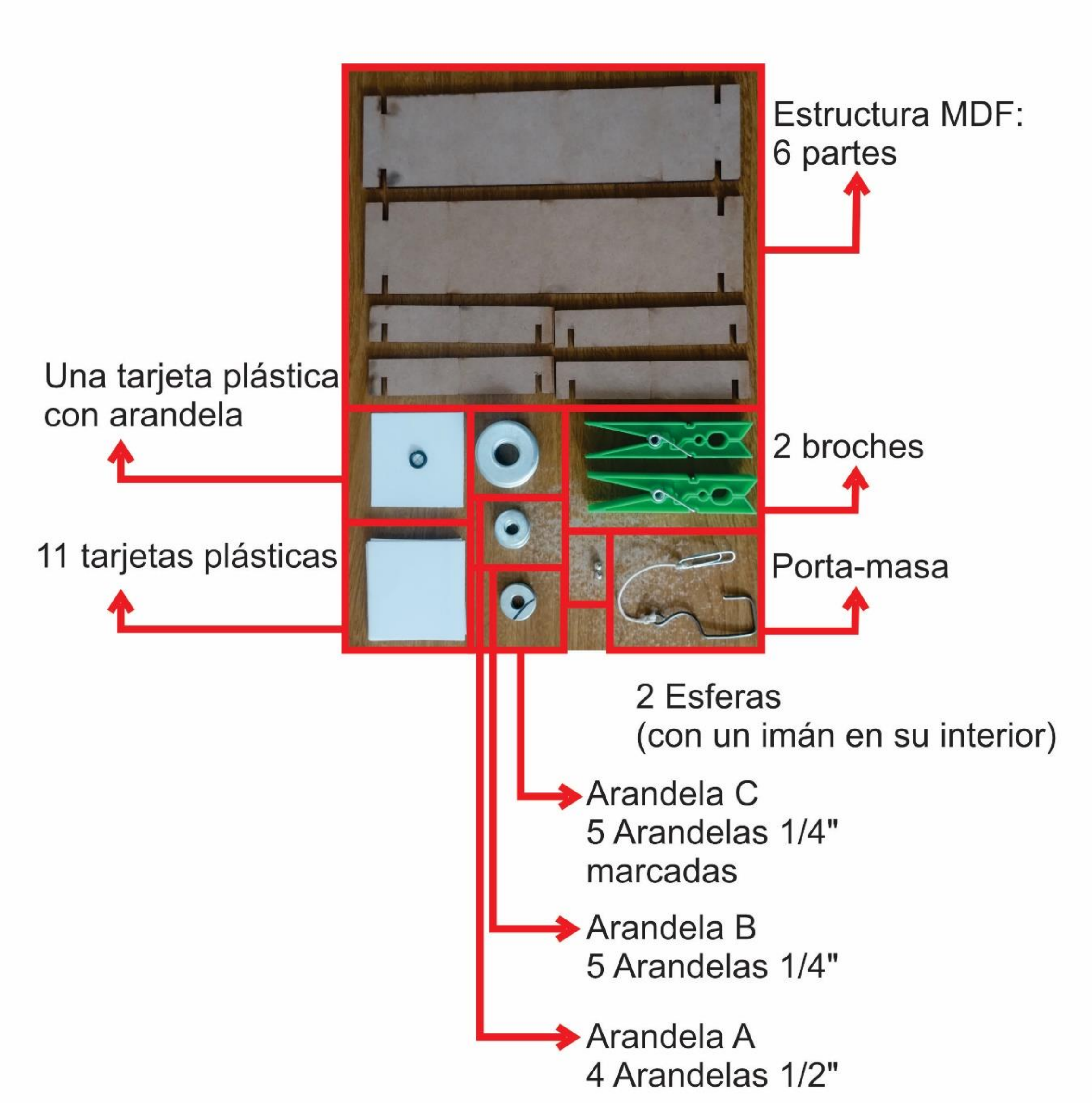
- Escriba de un solo lado de las hojas.

- Luego de finalizada la prueba, acomode y deje el equipo como lo encontró.

- Entregue la prueba en el sobre provisto: en primer lugar, la hoja de respuestas y luego las hojas con la resolución que haya llevado a cabo. **No escriba en el sobre su nombre.**

Prueba Experimental 2025 – OAF
Prueba adaptada de OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA 2022

Materiales en el equipo experimental.



Verifique que Usted tenga todos los elementos listados y mostrados en la figura. Usted dispone de 5 minutos para solicitar los elementos faltantes de su equipo experimental.

Introducción
Uno de los fenómenos más fascinantes de la vida cotidiana es la fuerza que actúa entre imanes y como estos interactúan a distancia. El objeto más básico para explicar las propiedades magnéticas de la materia es el *dipolo magnético,* ya que la magnetización de un cuerpo (imán) se obtiene de la suma de los momentos dipolares magnéticos de sus constituyentes (átomos y moléculas).

En este experimento se medirá la intensidad de la fuerza magnética $\vec{F}_m(r)$ en función de la separación r entre dos imanes cilíndricos de neodimio orientados coaxialmente y con magnetizaciones alineadas, tal y como se muestra en la figura 1.

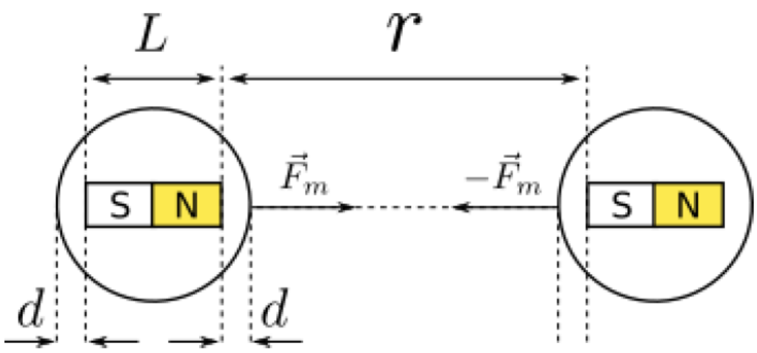


Figura 1. Fuerza magnética $\vec{F}_m$ entre dos imanes cilíndricos, de longitud L, separados por una distancia r. El diámetro D de las esferas es $(l + 2d)$.

Cada imán de neodimio se encuentra en el interior de una esfera (figura 1) hecha de una aleación que se magnetiza en presencia del campo magnético generado por el imán en su interior. Entonces, cuando las esferas magnetizadas están cerca, si no hay ningún impedimento, rotan para alinear sus magnetizaciones.

Para distancias del orden de la longitud del imán ($r \approx L$), el módulo de la fuerza magnética puede aproximarse por una ley de potencia de la forma,

$$F_m = A\left(\frac{L}{r}\right)^{\alpha} \tag{1}$$

Donde A es una constante que depende de la geometría y magnetización del imán, y el exponente α expresa el comportamiento de F_m cuando la separación entre los imanes es próxima a L.

Materiales y Dispositivo experimental.

- Estructura MDF (6 partes).
- 2 esferas iguales con sendos imanes en su interior.
- 11 tarjetas plásticas.

- 2 broches plásticos
- Porta-masa.
- Conjunto de Masas: Arandelas de distintos tamaños cuya masa y cantidades se presentan en la tabla I.
    - 4 Arandelas 1/2“
    - 5 Arandelas 1/4“
    - 5 Arandelas 1/4“ (marcadas con una línea negra)

Tabla I. Masa y cantidad de arandelas.

Arandela	A	B	C
$m\ [g]$	$16{,}2 \pm 0{,}4$	$2{,}1 \pm 0{,}1$	$1{,}30 \pm 0{,}05$
Cantidad	4 unidades	5 unidades	5 unidades

El montaje experimental permite variar la distancia de separación entre las esferas mediante la cantidad n de tarjetas que se utilizan.

Procedimiento Experimental

Arme la estructura de MDF como se muestra en la figura 2.

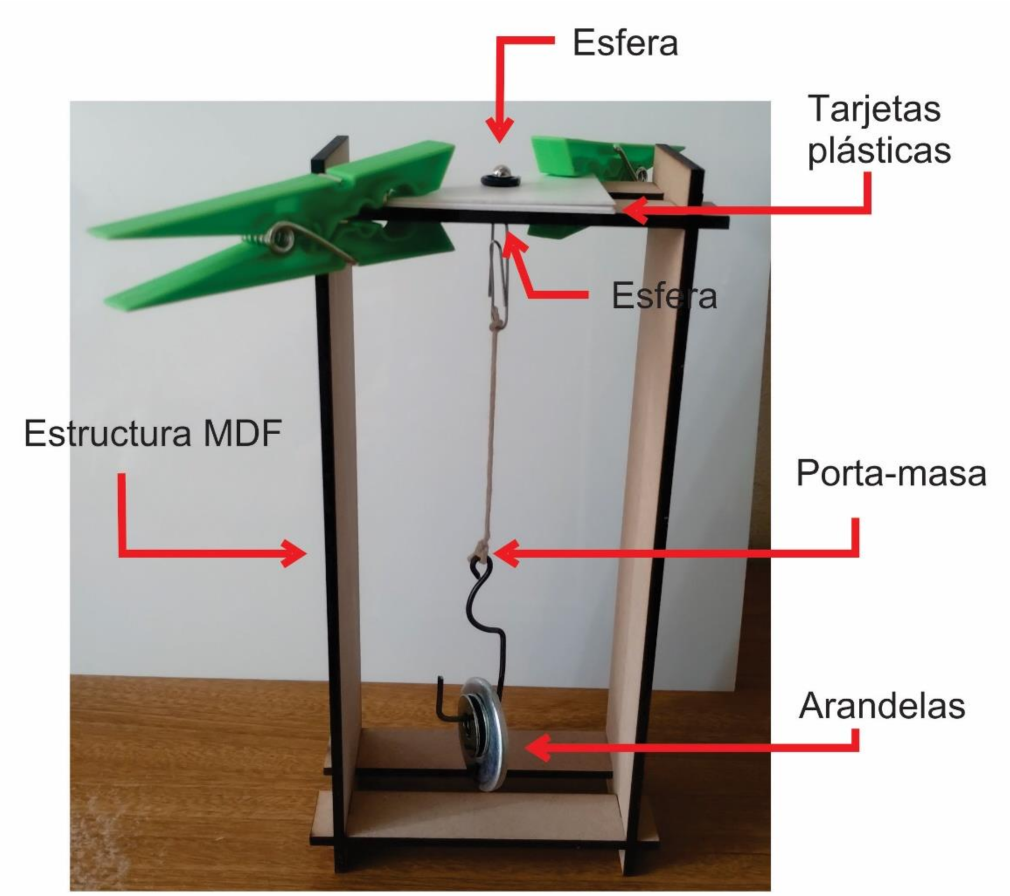


Figura 2. Montaje experimental.

Coloque una cantidad n tarjetas, en la estructura. La tarjeta que tiene pegada una arandela plástica negra se coloca siempre en la parte superior. Fije estas tarjetas mediante los broches plásticos provistos.

Coloque las esferas alineadas verticalmente, separadas por las n tarjetas, de tal forma que queden unidas debido a la fuerza magnética producida por los imanes (la esfera de arriba debe estar dentro de la arandela negra).

Cuelgue el porta-masa en la esfera inferior de manera que quede suspendido debido a la fuerza magnética producida por el imán.

1. Realice mediciones para determinar la masa necesaria para romper el equilibrio estático. Realice esto para distintas separaciones entre las esferas. Reporte sus mediciones en una Tabla.
La separación mínima entre los imanes debe ser de dos tarjetas ($n = 2$).

2. Determine el espesor de e de una tarjeta dadas las mediciones reportadas en la Tabla II.
Las mediciones del espesor de 10 tarjetas realizadas con un calibre de apreciación $0{,}02\ mm$ se reportan en la Tabla II.

Tabla II. Medición del espesor, en milímetros, de 10 tarjetas.

6,96	6,70	7,04	7,12	6,48
6,98	7,18	6,82	6,78	6,58

3. A partir de las mediciones realizadas, determine la fuerza magnética F_m en función de la separación r. Reporte sus mediciones en una Tabla. Para ello considere que,

a. La distancia d es igual al espesor de una tarjeta e.

b. La masa de cada esfera $m_e = (0{,}43 \pm 0{,}01)g$.

c. La masa del porta-masa $m_s = (2{,}2 \pm 0{,}1)g$.

d. Considere $g = (9{,}78 \pm 0{,}01)m\ s^{-2}$

4. Linealice la ecuación (1) e identifique las variables dependiente e independiente. A partir de los valores obtenidos en las mediciones, reporte en una tabla los valores linealizados.

5. Grafique los valores reportados en el punto anterior y realice un ajuste lineal de los mismos. Reporte los parámetros del ajuste realizado.

6. A partir del ajuste, determine el valor del coeficiente α.

Prueba Experimental – Nivel 1
Hoja de respuesta

		Puntaje
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		

Olimpíada Argentina de Física 2025

Instancia Nacional

Prueba Experimental

NIVEL 2

Nombre: ....

D.N.I.: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- **Verifique que Usted tenga todos los elementos listados en la primera página.** Usted dispone de 5 minutos para solicitar los elementos faltantes de su equipo experimental.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado en esta portada. **No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.**

- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. Ejemplo: PE 2/5 (Prueba Experimental, hoja dos de cinco). **No enumere las hojas del enunciado.**

- Escriba con lapicera color azul. **No se puede usar ningún otro color.**

- Si necesita más hojas pídalas al Bedel. **No use hojas personales.**

- **No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.**

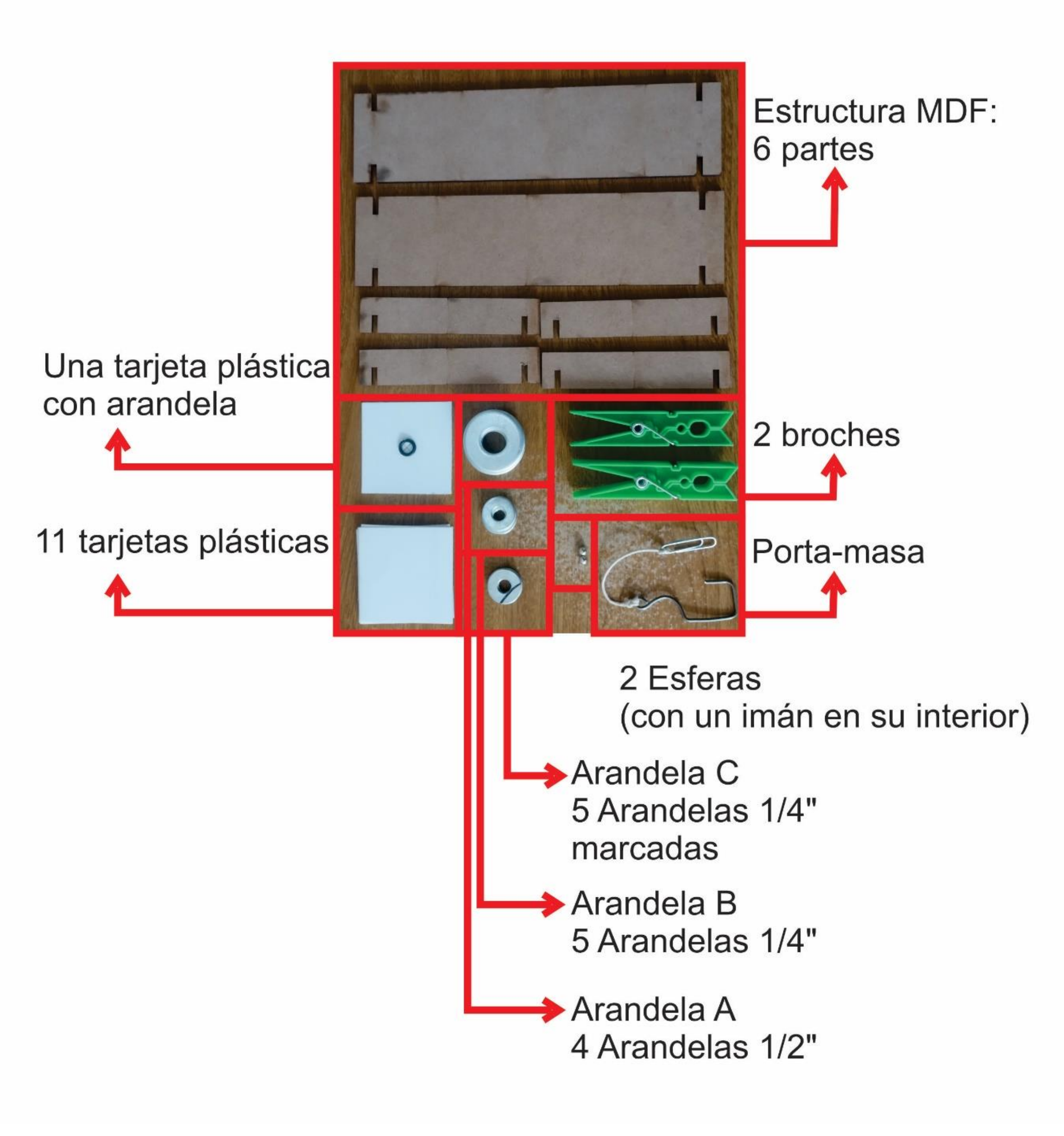
- Escriba de un solo lado de las hojas.

- Luego de finalizada la prueba, acomode y deje el equipo como lo encontró.

- Entregue la prueba en el sobre provisto: en primer lugar, la hoja de respuestas y luego las hojas con la resolución que haya llevado a cabo. **No escriba en el sobre su nombre.**

Prueba Experimental 2025 – OAF
Prueba adaptada de OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA 2022

Materiales en el equipo experimental.



Verifique que Usted tenga todos los elementos listados y mostrados en la figura. Usted dispone de 5 minutos para solicitar los elementos faltantes de su equipo experimental.

Introducción

Uno de los fenómenos más fascinantes de la vida cotidiana es la fuerza que actúa entre imanes y como estos interactúan a distancia. El objeto más básico para explicar las propiedades magnéticas de la materia es el *dipolo magnético,* ya que la magnetización de un cuerpo (imán) se obtiene de la suma de los momentos dipolares magnéticos de sus constituyentes (átomos y moléculas).

En este experimento se medirá la intensidad de la fuerza magnética $\vec{F}_m(r)$ en función de la separación r entre dos imanes cilíndricos de neodimio orientados coaxialmente y con magnetizaciones alineadas, tal y como se muestra en la figura 1.

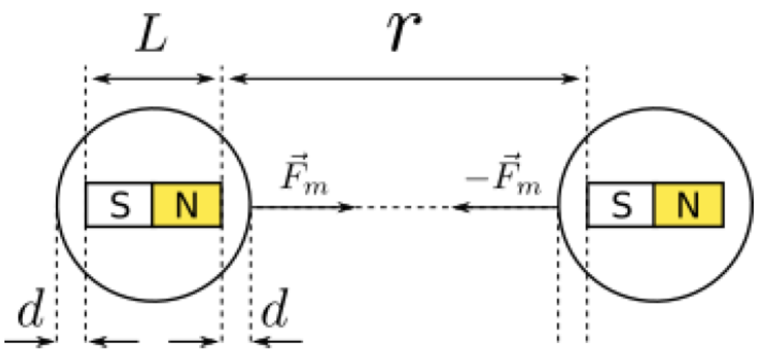


Figura 1. Fuerza magnética $\vec{F}_m$ entre dos imanes cilíndricos, de longitud L, separados por una distancia r. El diámetro D de las esferas es $(l + 2d)$.

Cada imán de neodimio se encuentra en el interior de una esfera (figura 1) hecha de una aleación que se magnetiza en presencia del campo magnético generado por el imán en su interior. Entonces, cuando las esferas magnetizadas están cerca, si no hay ningún impedimento, rotan para alinear sus magnetizaciones.

Para distancias del orden de la longitud del imán ($r \approx L$), el módulo de la fuerza magnética puede aproximarse por una ley de potencia de la forma,

$$F_m = A\left(\frac{L}{r}\right)^{\alpha} \tag{1}$$

Donde A es una constante que depende de la geometría y magnetización del imán, y el exponente α expresa el comportamiento de F_m cuando la separación entre los imanes es próxima a L.

Materiales y Dispositivo experimental.

- Estructura MDF (6 partes).
- 2 esferas iguales con sendos imanes en su interior.
- 11 tarjetas plásticas.

- 2 broches plásticos
- Porta-masa.
- Conjunto de Masas: Arandelas de distintos tamaños cuya masa y cantidades se presentan en la tabla I.
  - 4 Arandelas 1/2“
  - 5 Arandelas 1/4“
  - 5 Arandelas 1/4“ (marcadas con una línea negra)

Tabla I. Masa y cantidad de arandelas.

Arandela	A	B	C
$m\ [g]$	$16,2 \pm 0,4$	$2,1 \pm 0,1$	$1,30 \pm 0,05$
Cantidad	4 unidades	5 unidades	5 unidades

El montaje experimental permite variar la distancia de separación entre las esferas mediante la cantidad n de tarjetas que se utilizan.

Procedimiento Experimental

Arme la estructura de MDF como se muestra en la figura 2.

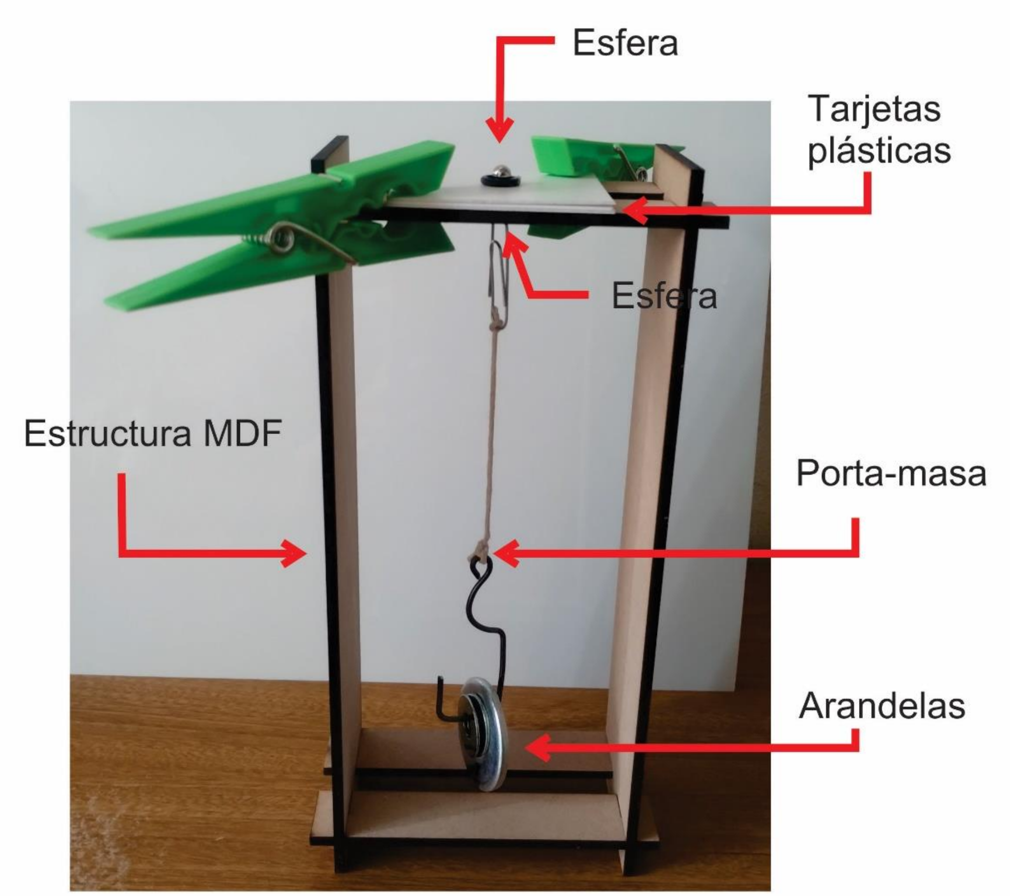


Figura 2. Montaje experimental.

Coloque una cantidad n tarjetas, en la estructura. La tarjeta que tiene pegada una arandela plástica negra se coloca siempre en la parte superior. Fije estas tarjetas mediante los broches plásticos provistos.

Coloque las esferas alineadas verticalmente, separadas por las n tarjetas, de tal forma que queden unidas debido a la fuerza magnética producida por los imanes (la esfera de arriba debe estar dentro de la arandela negra).

Cuelgue el porta-masa en la esfera inferior de manera que quede suspendido debido a la fuerza magnética producida por el imán.

1. Realice mediciones para determinar la masa necesaria para romper el equilibrio estático. Realice esto para distintas separaciones entre las esferas. Reporte sus mediciones en una Tabla.
La separación mínima entre los imanes debe ser de dos tarjetas ($n = 2$).

2. Determine el espesor de e de una tarjeta dadas las mediciones reportadas en la Tabla II.
Las mediciones del espesor de 10 tarjetas realizadas con un calibre de apreciación $0{,}02\ mm$ se reportan en la Tabla II.

Tabla II. Medición del espesor, en milímetros, de 10 tarjetas.

6,96	6,70	7,04	7,12	6,48
6,98	7,18	6,82	6,78	6,58

3. A partir de las mediciones realizadas, determine la fuerza magnética F_m en función de la separación r. Reporte sus mediciones en una Tabla. Para ello considere que,

a. La distancia d es igual al espesor de una tarjeta e.

b. La masa de cada esfera $m_e = (0{,}43 \pm 0{,}01)g$.

c. La masa del porta-masa $m_s = (2{,}2 \pm 0{,}1)g$.

d. Considere $g = (9{,}78 \pm 0{,}01)m\ s^{-2}$

4. Linealice la ecuación (1) e identifique las variables dependiente e independiente. A partir de los valores obtenidos en las mediciones, reporte en una tabla los valores linealizados.

5. Grafique los valores reportados en el punto anterior y realice un ajuste lineal de los mismos. Reporte los parámetros del ajuste realizado.

6. A partir del ajuste, determine el valor del coeficiente α.

7. Determine el diámetro D de la esfera utilizando las tarjetas. Reporte el valor de D obtenido.

8. Determine el valor del coeficiente A con su correspondiente unidad y reporte un estimador para su incertidumbre.

Prueba Experimental – Nivel 2
Hoja de respuesta

		Puntaje
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		

Olimpíada Argentina de Física 2025

Instancia Nacional

Prueba Experimental

Nombre: ....

D.N.I.: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- **Verifique que Usted tenga todos los elementos listados en la primera página.** Usted dispone de 5 minutos para solicitar los elementos faltantes de su equipo experimental.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado en esta portada. **No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.**

- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. Ejemplo: PE 2/5 (Prueba Experimental, hoja dos de cinco). **No enumere las hojas del enunciado.**

- Escriba con lapicera color azul. **No se puede usar ningún otro color.**

- Si necesita más hojas pídalas al Bedel. **No use hojas personales.**

- **No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.**

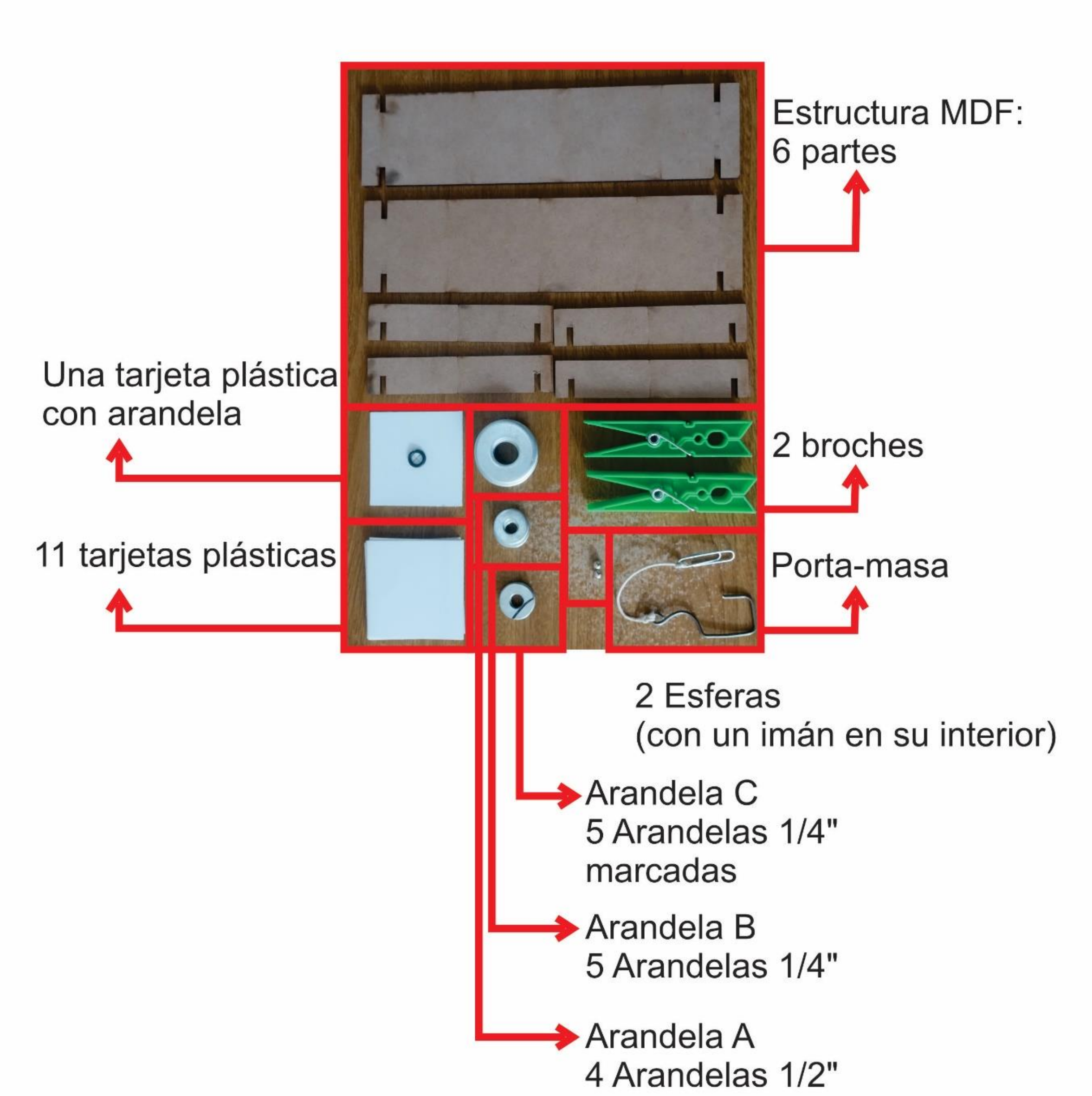
- Escriba de un solo lado de las hojas.

- Luego de finalizada la prueba, acomode y deje el equipo como lo encontró.

- Entregue la prueba en el sobre provisto: en primer lugar, la hoja de respuestas y luego las hojas con la resolución que haya llevado a cabo. **No escriba en el sobre su nombre.**

Prueba Experimental 2025 – OAF
Prueba adaptada de OLIMPÍADA BRASILEIRA DE FÍSICA 2022

Materiales en el equipo experimental.



Verifique que Usted tenga todos los elementos listados y mostrados en la figura. Usted dispone de 5 minutos para solicitar los elementos faltantes de su equipo experimental.

Introducción

Uno de los fenómenos más fascinantes de la vida cotidiana es la fuerza que actúa entre imanes y como estos interactúan a distancia. El objeto más básico para explicar las propiedades magnéticas de la materia es el *dipolo magnético,* ya que la magnetización de un cuerpo (imán) se obtiene de la suma de los momentos dipolares magnéticos de sus constituyentes (átomos y moléculas).

En este experimento se medirá la intensidad de la fuerza magnética $\vec{F}_m(r)$ en función de la separación r entre dos imanes cilíndricos de neodimio orientados coaxialmente y con magnetizaciones alineadas, tal y como se muestra en la figura 1.

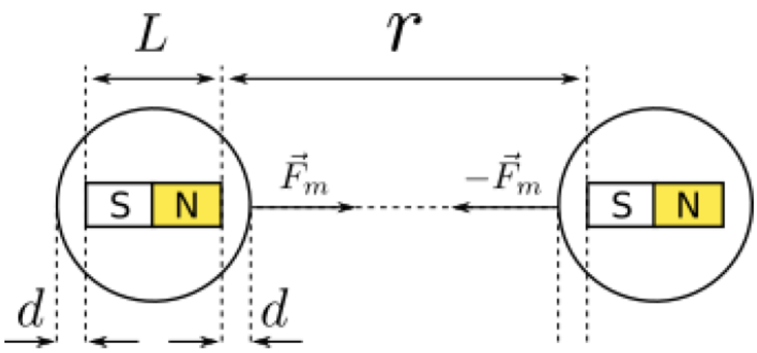


Figura 1. Fuerza magnética $\vec{F}_m$ entre dos imanes cilíndricos, de longitud L, separados por una distancia r. El diámetro D de las esferas es $(l + 2d)$.

Cada imán de neodimio se encuentra en el interior de una esfera (figura 1) hecha de una aleación que se magnetiza en presencia del campo magnético generado por el imán en su interior. Entonces, cuando las esferas magnetizadas están cerca, si no hay ningún impedimento, rotan para alinear sus magnetizaciones.

Para distancias del orden de la longitud del imán ($r \approx L$), el módulo de la fuerza magnética puede aproximarse por una ley de potencia de la forma,

$$F_m = A\left(\frac{L}{r}\right)^{\alpha} \tag{1}$$

Donde A es una constante que depende de la geometría y magnetización del imán, y el exponente α expresa el comportamiento de F_m cuando la separación entre los imanes es próxima a L.

Materiales y Dispositivo experimental.

- Estructura MDF (6 partes).
- 2 esferas iguales con sendos imanes en su interior.
- 11 tarjetas plásticas.

- 2 broches plásticos
- Porta-masa.
- Conjunto de Masas: Arandelas de distintos tamaños cuya masa y cantidades se presentan en la tabla I.
    - 4 Arandelas 1/2"
    - 5 Arandelas 1/4"
    - 5 Arandelas 1/4" (marcadas con una línea negra)

Tabla I. Masa y cantidad de arandelas.

Arandela	A	B	C
$m\ [g]$	$16{,}2 \pm 0{,}4$	$2{,}1 \pm 0{,}1$	$1{,}30 \pm 0{,}05$
Cantidad	4 unidades	5 unidades	5 unidades

El montaje experimental permite variar la distancia de separación entre las esferas mediante la cantidad n de tarjetas que se utilizan.

Procedimiento Experimental

Arme la estructura de MDF como se muestra en la figura 2.

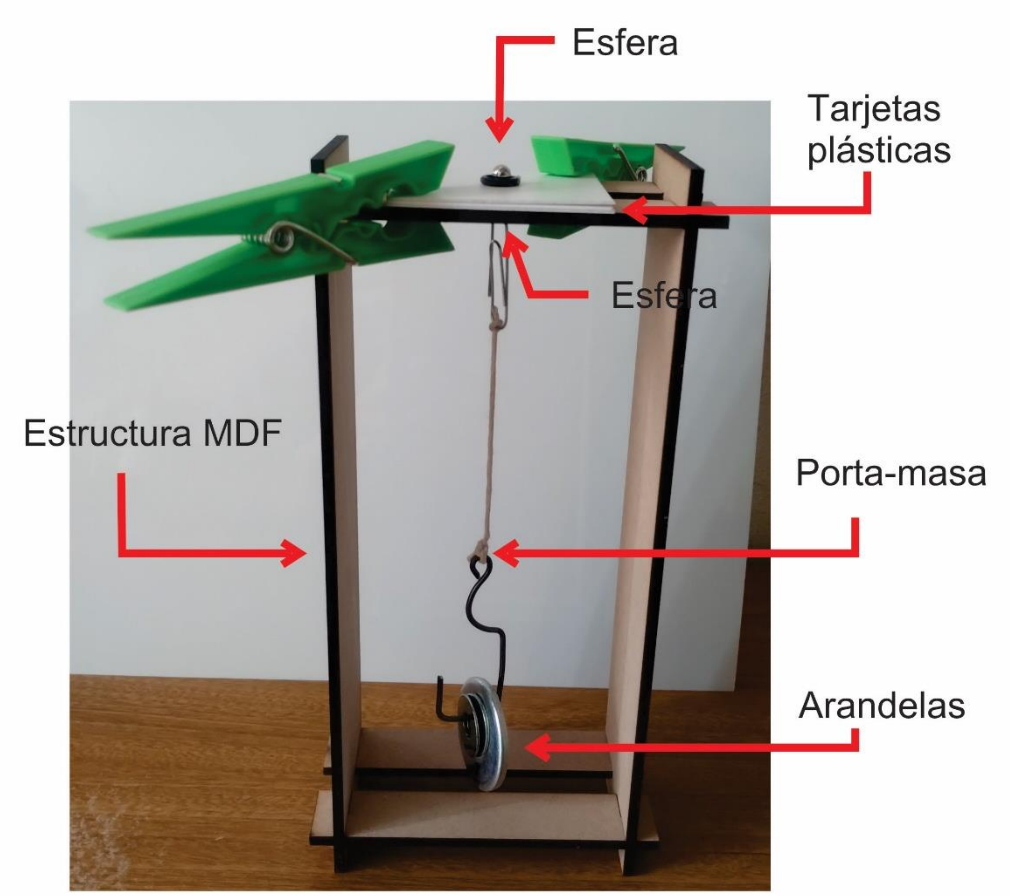


Figura 2. Montaje experimental.

Coloque una cantidad n tarjetas, en la estructura. La tarjeta que tiene pegada una arandela plástica negra se coloca siempre en la parte superior. Fije estas tarjetas mediante los broches plásticos provistos.

Coloque las esferas alineadas verticalmente, separadas por las n tarjetas, de tal forma que queden unidas debido a la fuerza magnética producida por los imanes (la esfera de arriba debe estar dentro de la arandela negra).

Cuelgue el porta-masa en la esfera inferior de manera que quede suspendido debido a la fuerza magnética producida por el imán.

1. Realice mediciones para determinar la masa necesaria para romper el equilibrio estático. Realice esto para distintas separaciones entre las esferas. Reporte sus mediciones en una Tabla.
La separación mínima entre los imanes debe ser de dos tarjetas ($n = 2$).

2. Determine el espesor de e de una tarjeta dadas las mediciones reportadas en la Tabla II.
Las mediciones del espesor de 10 tarjetas realizadas con un calibre de apreciación $0{,}02\ mm$ se reportan en la Tabla II.

Tabla II. Medición del espesor, en milímetros, de 10 tarjetas.

6,96	6,70	7,04	7,12	6,48
6,98	7,18	6,82	6,78	6,58

3. A partir de las mediciones realizadas, determine la fuerza magnética F_m en función de la separación r. Reporte sus mediciones en una Tabla. Para ello considere que,

a. La distancia d es igual al espesor de una tarjeta e.

b. La masa de cada esfera $m_e = (0{,}43 \pm 0{,}01)g$.

c. La masa del porta-masa $m_s = (2{,}2 \pm 0{,}1)g$.

d. Considere $g = (9{,}78 \pm 0{,}01)m\ s^{-2}$

4. Linealice la ecuación (1) e identifique las variables dependiente e independiente. A partir de los valores obtenidos en las mediciones, reporte en una tabla los valores linealizados.

5. Grafique los valores reportados en el punto anterior y realice un ajuste lineal de los mismos. Reporte los parámetros del ajuste realizado.

6. A partir del ajuste, determine el valor del coeficiente α.

-- Fin Nivel 1 ---

7. Determine el diámetro D de la esfera utilizando las tarjetas. Reporte el valor de D obtenido.

8. Determine el valor del coeficiente A con su correspondiente unidad y reporte un estimador para su incertidumbre.

Hoja de respuesta

		Puntaje
1.	Ver Tabla III en hojas de soluciones.	5 ptos
2.	$e = (0{,}69 \pm 0{,}02) mm = (0{,}69 \pm 0{,}02) \times 10^{-3} m$	1 pto 0,5 ptos
3.	Ver Tabla III en hojas de soluciones.	2 ptos
4.	$y = log(F_m)$ $x = log(r)$ Ver Tabla III en hojas de soluciones.	1 + 2 ptos
5.	Ver figura 3 para el grafico y el ajuste $y = a + bx$. $a = (-6{,}1 \pm 0{,}3)$ $b = (-2{,}3 \pm 0{,}1)$	5 + 2 +0,5 + 0,5 ptos 4 + 1 +0,5 + 0,5 ptos
6.	$\alpha = -b = (2{,}3 \pm 0{,}1)$	1 pto 0,5 ptos
7.	$D = (5{,}2 \pm 0{,}5)\ mm = (5{,}2 \pm 0{,}5)\ \times 10^{-3}\ m$	1 pto
8.	$A = (0{,}3 \pm 0{,}5) N$	2 pto

Solución

Tabla III. Mediciones.

n	$m\ (g)$	$\Delta\ m(g)$	$m_t\ (g)$	$\Delta\ m_t(g)$	$r(m) \times 10^{-3}$	$\Delta r(m) \times 10^{-3}$	$F_m(N)$	$\Delta F_m(N)$	x	Δx	y	Δy
11	1,30	0,05	3,9	0,2	9,0	0,3	0,038	0,002	-2,05	0,02	-1,42	0,02
10	2,6	0,1	5,2	0,2	8,3	0,2	0,051	0,002	-2,08	0,01	-1,29	0,02
9	4,2	0,2	6,8	0,3	7,6	0,2	0,067	0,003	-2,12	0,01	-1,17	0,02
8	5,5	0,3	8,1	0,4	6,9	0,2	0,079	0,004	-2,16	0,01	-1,10	0,02
7	8,9	0,4	11,5	0,5	6,2	0,2	0,113	0,005	-2,21	0,01	-0,95	0,02
6	12,3	0,6	14,9	0,7	5,5	0,2	0,146	0,007	-2,26	0,02	-0,84	0,02
5	18,8	0,5	22,4	0,6	4,8	0,1	0,219	0,006	-2,318	0,009	-0,66	0,01
4	27,2	0,9	29	1	4,1	0,1	0,28	0,01	-2,39	0,01	-0,55	0,02
3	43	1	45	1	3,5	0,1	0,44	0,01	-2,46	0,01	-0,36	0,01
2	63	2	65	2	2,76	0,08	0,64	0,02	-2,56	0,01	-0,19	0,01

n es el número de tarjetas, $m\ (g)$ es la masa total de arandelas necesarias para romper el equilibrio estático y $\Delta m\ (g)$ es la incertidumbre asociada a la masa total de arandelas. Esta incertidumbre se determinó como la suma de las incertidumbres asociadas a las arandelas usadas en cada medición.

m_t es la masa total que se determinó como la suma de las masas de arandelas más la masa del soporte $m_s = (2{,}2 \pm 0{,}1)g$ y la masa del imán $m_e = (0{,}43 \pm 0{,}01)g$.

Para determinar la fuerza magnética F_m y su incertidumbre se usó que

$$F_m = m_t\ g$$

$$\frac{\Delta F_m}{F_m} = \frac{\Delta m_t}{m_t} + \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta m_t}{m_t}$$

Ya que $\frac{\Delta g}{g} \sim 1 \times 10^{-3}$ y $\frac{\Delta m_t}{m_t} \sim 1 \times 10^{-2}$.

Para determinar r se usó que

$$r = (n+2)e$$

Para determinar e se usaron los datos de la Tabla II. Se determinó que el espesor medio $\bar{e}(10)$ de 10 tarjetas es

$$\bar{e}(10) = (6{,}9\ \pm 0{,}2)\ mm$$
$$\Rightarrow e = (0{,}69 \pm 0{,}02)\ mm$$

La incertidumbre de r se obtuvo como

$$\Delta r = (n+2)\Delta e$$

Tomando logaritmo de ambos lados de la ecuación (1)

$$log(F_m) = log\left[A\left(\frac{L}{r}\right)^{\alpha}\right]$$
$$log(F_m) = log(A\ L^{\alpha}) - \alpha\ log(r)$$

Se puede definir como variables independiente (y) y dependiente (x)

$$y = log(F_m)$$

$$x = log(r)$$

Con lo cual resulta

$$y = a + b\,x$$

Con

$$a = log(A\,L^{\alpha})$$
$$b = -\alpha$$

La incertidumbre asociada a x e y se estimó usando valores extremos,

$$\Delta x = \frac{1}{2}[log(r + \Delta r) - log(r - \Delta r)]$$
$$\Delta y = \frac{1}{2}[log(F_m + \Delta F_m) - log(F_m - \Delta F_m)]$$

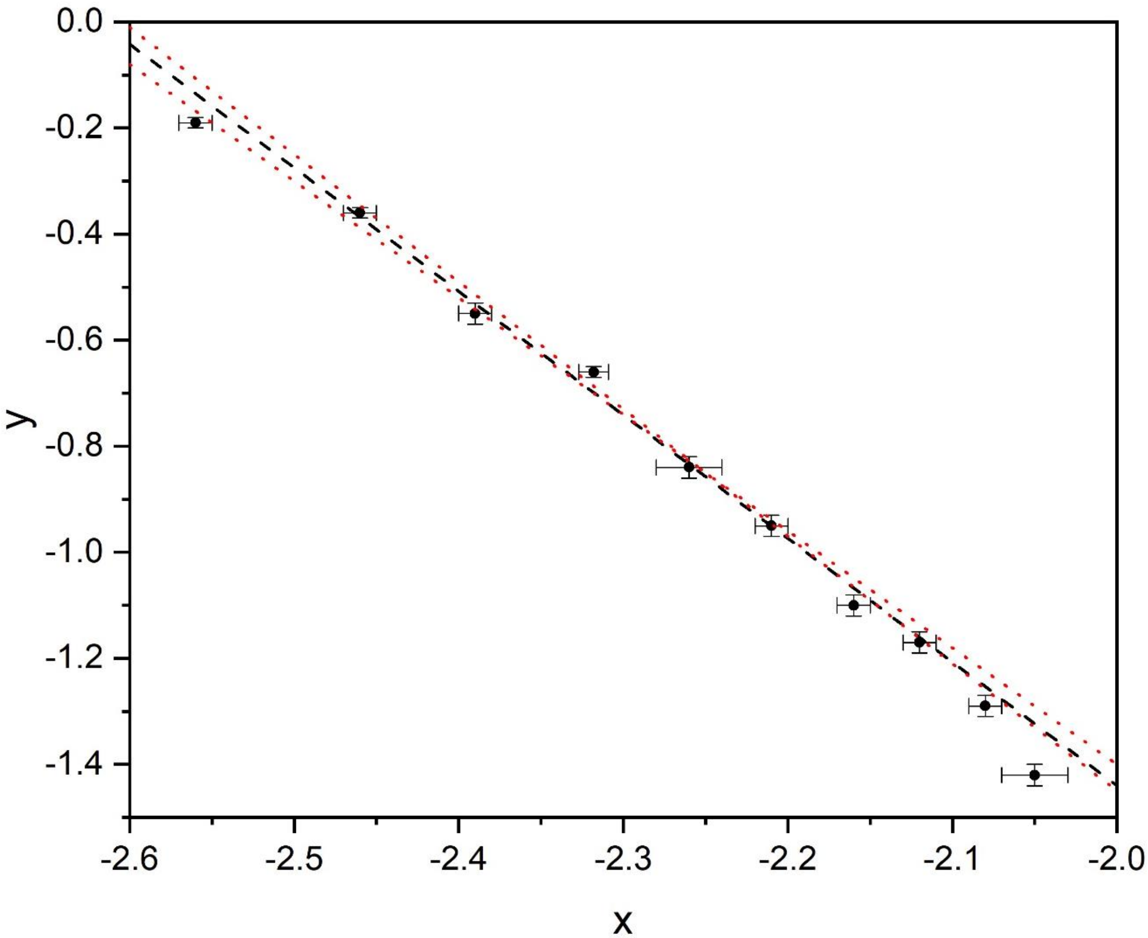


Figura 3. Gráfico de $y\ vs\ x$ con el mejor ajuste lineal (línea a trazos negra) y dos ajustes (líneas punteadas rojas) de máxima y mínima pendiente.

Del ajuste se encuentra que

$$a = (-6{,}1 \pm 0{,}3)$$
$$b = (-2{,}3 \pm 0{,}1) = -\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = (2{,}3 \pm 0{,}1)$$

Usando las tarjetas, se midió que

$$D = (7{,}5 \pm 0{,}5)\ tarjetas$$

$$\Rightarrow D = (5{,}2 \pm 0{,}5)\ mm$$

$$A = \frac{10^{a}}{L^{\alpha}}$$

Donde L se determinó usando que

$$L = D - 2e$$

$$L = (3{,}8 \pm 0{,}5)mm$$

Las unidades de A son las mismas que las unidades de F_m,

$$[A] = N$$

Para determinar un estimador para la incertidumbre de A se usó que

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta(10^{a})}{10^{a}} + \frac{\Delta(L^{\alpha})}{L^{\alpha}}$$

Donde

$$\Delta(10^{a}) = \frac{1}{2}(10^{\alpha+\Delta\alpha} - 10^{\alpha-\Delta\alpha}) = 6 \times 10^{-7}$$
$$\Rightarrow 10^{a} = (8 \pm 6) \times 10^{-7}$$

Para estimar $\Delta(L^{\alpha})$ se usaron los valores extremos entre $(L+\Delta L)^{\alpha+\Delta\alpha}$, $(L+\Delta L)^{\alpha-\Delta\alpha}$, $(L-\Delta L)^{\alpha+\Delta\alpha}$ y $(L-\Delta L)^{\alpha-\Delta\alpha}$

Tabla IV. Valores de L^{α} $(\times 10^{-6})$

	$\alpha + \Delta\alpha$	$\alpha - \Delta\alpha$
$(L + \Delta L)$	2,09	6,22
$(L - \Delta L)$	1,11	3,47

De la Tabla IV, los valores extremos corresponden a $(L - \Delta L)^{\alpha+\Delta\alpha}$ y a $(L + \Delta L)^{\alpha-\Delta\alpha}$

$$\Delta(L^{\alpha}) = \frac{1}{2}[(L + \Delta L)^{\alpha-\Delta\alpha} - (L - \Delta L)^{\alpha+\Delta\alpha}] = 3 \times 10^{-6}$$

$$\Longrightarrow L^{\alpha} = (3 \pm 3) \times 10^{-6}$$

Con lo cual

$$A = (0{,}3 \pm 0{,}5)N$$

Dada la ecuación (1), el valor de A es igual a F_m cuando $r = L$. De la Tabla III, esta condición se cumple para n entre 3 y 4.

Tabla V. Valores de F_m para $r \sim L$

n	$r(m) \times 10^{-3}$	$\Delta r(m) \times 10^{-3}$	$F_m(N)$	$\Delta F_m(N)$
4	4,1	0,1	0,28	0,01
3	3,5	0,1	0,44	0,01

De estos valores se puede estimar un valor de A

$$A = (0{,}4 \pm 0{,}1)N$$

Olimpíada Argentina de Física 2025

Instancia Nacional

Prueba Teórica

NIVEL 1

Nombre: ....

D.N.I.: ....

• Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

• Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado en esta portada. **No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.**

• Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. Ejemplo: PT1 2/5 (Problema Teórico 1, hoja dos de cinco). **No enumere las hojas del enunciado.**

• Escriba con lapicera color azul. **No se puede usar ningún otro color.**

• Si necesita más hojas pídalas al Bedel. **No use hojas personales.**

• **No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.**

• Escriba de un solo lado de las hojas.

• Entregue la prueba en el sobre provisto. Deberá engrampar la solución de cada problema por separado: en primer lugar la hoja de respuestas del problema y luego las hojas con la resolución correspondiente que haya llevado a cabo. **No escriba en el sobre su nombre.**

Problema Teórico 1
Globo aerostático.

En este problema vamos a analizar el funcionamiento de un globo aerostático y para esto haremos las simplificaciones que sean necesarias para una mejor comprensión de este sistema. Un globo aerostático es una nave no propulsada que consta de una bolsa (que supondremos una esfera inextensible) abierta en su parte inferior y que contiene en su interior aire caliente que es el gas que permite su elevación. Suspendida de esta bolsa hay una infraestructura sólida denominada barquilla donde se ubican los pasajeros y las bombillas que contiene gas propano utilizado para calentar el aire dentro de la bolsa. En el análisis que realizaremos consideraremos despreciable el volumen tanto de la barquilla como de sus ocupantes en comparación con el volumen de la bolsa. Supondremos que la temperatura ambiente exterior del globo se mantiene constante $T_0 = 25\ °C$ e independiente de la altura. Consideraremos que el aire es un gas ideal diatómico cuyo peso molecular (pma) es $29\ g/mol$ y su densidad a $25\ °C$ es $1{,}186\ kg/m^3$.

a. El globo desinflado más el resto del equipamiento (incluyendo canasta y quemador) tiene una masa de $500\ kg$, y el globo transporta 4 personas de $75\ kg$ cada una. Suponiendo que la bolsa del globo aerostático es una esfera de $10\ m$ de radio y está llena de aire a $25\ °C$ ¿cuál es el peso total del sistema?

b. Calcule el empuje que el aire exterior ejerce sobre el globo.

c. ¿Cuál es la temperatura mínima a la cual se debe calentar el aire en el interior de la bolsa para que el globo comience a elevarse?

d. Si la temperatura en el interior del globo es de $120\ °C$ ¿cuál es la fuerza neta aplicada sobre el globo en el momento de soltarlo?

e. Calcule el valor de la fuerza viscosa que el aire exterior ejerce sobre el globo al moverse cuando el globo tiene una velocidad de $5\ m/s$. ¿Es válido no tenerla en cuenta en este análisis? La fuerza viscosa sobre una esfera es $F_v = 6\pi\eta R v$, donde η es la viscosidad del fluido en el cual se mueve la esfera, R es el radio de la esfera y v es la velocidad. (Viscosidad del aire $1{,}8\ \times 10^{-5}\ Pa\,s$).

Datos extras:

Aceleración de la gravedad: $g\ =\ 9{,}8\ m/s^2$.

Constante de los gases: $R_g\ =\ 8{,}314\ J/(mol\ K)$

Problema Teórico 1 – Nivel 1
Hoja de respuesta

		Puntaje
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		

Problema Teórico 2
El *Puente Carey Foster*.

En electrónica, el *Puente Carey Foster* es un circuito puente utilizado para determinar el valor de resistencias pequeñas o para comparar resistencias de valores similares. El mismo fue inventado por Carey Foster como una variante del *Puente de Wheatstone*.

El circuito básico del puente de Carey Foster, que se esquematiza en la figura 1, consta de una fuente de voltaje continuo V, dos resistencias R_P y R_Q iguales y un puente de hilo. Las resistencias R_X y R_Y son las resistencias que se quieren comparar o, si se conoce una de ellas, el puente permite determinar el valor de la resistencia desconocida.

Para realizar las mediciones se varía la resistencia dada por el puente de hilo (variando el punto de contacto dado por el punto D) hasta lograr que el amperímetro de una lectura igual a cero (el puente se encuentra balanceado). Bajo esa condición se determina la longitud l_1 (distancia del punto E al punto D). Luego, se intercambia la posición de las resistencias R_X y R_Y, se vuelve a balancear el puente y se determina la nueva longitud l_2(nueva distancia del punto E al punto D). A partir de estas mediciones, y conociendo la resistencia por unidad de longitud del material del hilo (σ $[\Omega\,\mathrm{m}^{-1}]$ es posible determinar la diferencia entre los valores de R_X y R_Y.

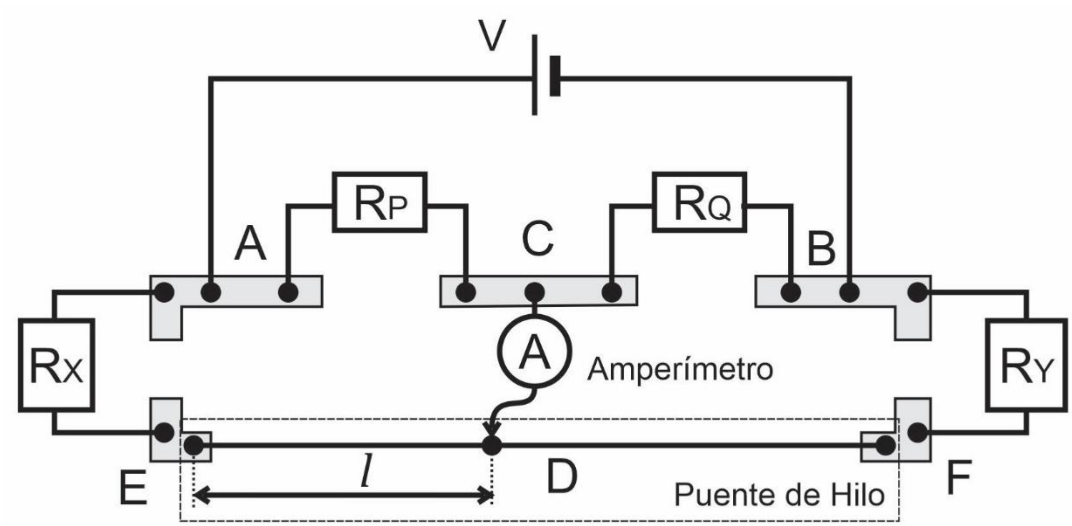


Figura 1. Puente de Carey Foster

a. Muestre que, cuando el puente está balanceado, la diferencia entre R_X y R_Y está dada por,

$$R_X - R_Y = \sigma\,(l_2 - l_1)$$

b. Para determinar σ se utilizan dos resistencias conocidas de $1\,\Omega$ y $0\,\Omega$. Cuando la resistencia de $1\,\Omega$ se ubica a la izquierda ($R_X = 1\,\Omega$ y $R_Y = 0\,\Omega$) , $l_1 = 25\ cm$ y cuando se intercambian, $l_2 = 75\ cm$. Determine el valor de σ.

c. Sabiendo que el diámetro del alambre es de $1\ mm$, determine la resistividad ρ del material del alambre.

d. Determine la resistencia R_{puente} entre los puntos E y F, y el largo L del hilo.

e. Si $V = 1\ V$ y $R_P = R_Q = 5\ \Omega$, determine la corriente i_{puente} que circula por el puente de hilo con las resistencias dadas en el punto b.

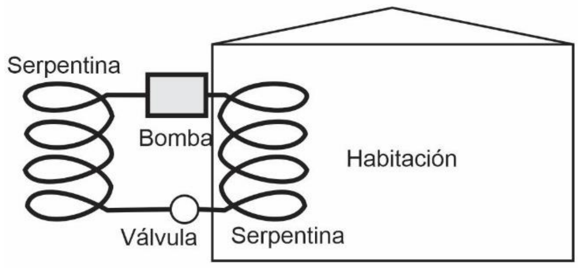
f. Determine la potencia P_f entregada por la fuente con la configuración del punto e.

Problema Teórico 2 – Nivel 1
Hoja de respuesta

		Puntaje
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		

Problema Teórico 3
El aire acondicionado como ciclo de *Carnot.*

Un aire acondicionado se puede modelar como una máquina térmica cuyo funcionamiento puede ser descripto mediante un ciclo inverso de *Carnot*. Es decir, opera como una bomba de calor que transfiere calor de un lugar frío a uno más caliente empleando trabajo externo. El ciclo se puede describir con los siguientes procesos:



1. una cantidad de calor Q_F se absorbe de una habitación a temperatura T_F mediante una expansión isotérmica de un gas de trabajo contenido en serpentinas de refrigeración;
2. el gas se comprime adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_C;
3. el gas se comprime isotérmicamente en un serpentín exterior de la vivienda, liberando una cantidad de calor Q_C;
4. el gas se expande adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_F.

Una cantidad de energía E se introduce en el sistema en cada ciclo a través de una bomba eléctrica. Este modelo describe un aire acondicionado que tiene la máxima eficiencia posible.

Considere que la temperatura del aire exterior es T_C y la temperatura del aire interior es T_F. El aire acondicionado consume una energía eléctrica por unidad de tiempo P. Suponga que el aire de la habitación está suficientemente seco como para evitar la condensación de agua en los serpentines de refrigeración del aire acondicionado.

a. Grafique el ciclo de *Carnot* para este proceso.
b. Encuentre una expresión para Q_F y Q_C a partir de la primera ley sabiendo que el trabajo realizado por un gas expandiéndose a temperatura constante viene dado por:
$$-NRTln\,\frac{V_f}{V_i}$$
c. Teniendo en cuenta que en los procesos adiabáticos se cumple que $TV^{\gamma-1} = cte$, demuestre que:
$$\frac{Q_F}{|Q_C|} = \frac{T_F}{T_C}$$
d. Encuentre una expresión para la tasa máxima de extracción de calor de la habitación en función de las temperaturas del aire T_C y T_F, y de la potencia P suministrada al aire acondicionado.

e. Si el aire acondicionado extrae $3000\,frigorías$, ¿qué potencia mínima debería suministrarse al aire acondicionado para mantener la temperatura interior a $25°C$ si la temperatura externa es de $40°C$? ($1\,kW$ equivale $860\,frigorías$)

En la habitación el calor entra a una tasa $R = k\Delta T$, donde ΔT es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior de la habitación y k es una constante. Una habitación típica tiene un valor de $k = 173\,W°C^{-1}$. Si la temperatura exterior es de $40°C$ y P es la calculada en el inciso anterior,

f. Encuentre una expresión para la temperatura más baja posible que puede alcanzar la habitación en términos de la temperatura exterior T_C, k y P y evalúe.

Problema Teórico 3 – Nivel 1
Hoja de respuesta

		Puntaje
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		

Olimpíada Argentina de Física 2025

Instancia Nacional

Prueba Teórica

NIVEL 2

Nombre: ....

D.N.I.: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado en esta portada. **No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.**

- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. Ejemplo: PT1 2/5 (Problema Teórico 1, hoja dos de cinco). **No enumere las hojas del enunciado.**

- Escriba con lapicera color azul. **No se puede usar ningún otro color.**

- Si necesita más hojas pídalas al Bedel. **No use hojas personales.**

- **No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.**

- Escriba de un solo lado de las hojas.

- Entregue la prueba en el sobre provisto. Deberá engrampar la solución de cada problema por separado: en primer lugar la hoja de respuestas del problema y luego las hojas con la resolución correspondiente que haya llevado a cabo. **No escriba en el sobre su nombre.**

Problema Teórico 1
Globo aerostático.

En este problema vamos a analizar el funcionamiento de un globo aerostático y para esto haremos las simplificaciones que sean necesarias para una mejor comprensión de este sistema. Un globo aerostático es una nave no propulsada que consta de una bolsa (que supondremos una esfera inextensible) abierta en su parte inferior y que contiene en su interior aire caliente que es el gas que permite su elevación. Suspendida de esta bolsa hay una infraestructura sólida denominada barquilla donde se ubican los pasajeros y las bombillas que contiene gas propano utilizado para calentar el aire dentro de la bolsa. En el análisis que realizaremos consideraremos despreciable el volumen tanto de la barquilla como de sus ocupantes en comparación con el volumen de la bolsa. Supondremos que la temperatura ambiente exterior del globo se mantiene constante $T_0 = 25\ °C$ e independiente de la altura. Consideraremos que el aire es un gas ideal diatómico cuyo peso molecular (pma) es $29\ g/mol$ y su densidad a $25\ °C$ es $1{,}186\ kg/m^3$.

a. El globo desinflado más el resto del equipamiento (incluyendo canasta y quemador) tiene una masa de $500\ kg$, y el globo transporta 4 personas de $75\ kg$ cada una. Suponiendo que la bolsa del globo aerostático es una esfera de $10\ m$ de radio y está llena de aire a $25\ °C$ ¿cuál es el peso total del sistema?

b. Calcule el empuje que el aire exterior ejerce sobre el globo.

c. ¿Cuál es la temperatura mínima a la cual se debe calentar el aire en el interior de la bolsa para que el globo comience a elevarse?

d. Si la temperatura en el interior del globo es de $120\ °C$ ¿cuál es la fuerza neta aplicada sobre el globo en el momento de soltarlo?

e. Calcule el valor de la fuerza viscosa que el aire exterior ejerce sobre el globo al moverse cuando el globo tiene una velocidad de $5\ m/s$. ¿Es válido no tenerla en cuenta en este análisis? La fuerza viscosa sobre una esfera es $F_v = 6\pi\eta R v$, donde η es la viscosidad del fluido en el cual se mueve la esfera, R es el radio de la esfera y v es la velocidad. (Viscosidad del aire $1{,}8\ \times 10^{-5}\ Pa\, s$).

f. Una vez que la bolsa alcanza la temperatura de régimen ($T = 120\ °C$), debe suministrarse una potencia continua para compensar las pérdidas por convección en la superficie de la bolsa. Considerando que la potencia por pérdidas por convección viene dada por

$$P_{conv} = h\, A\, (T_{in} - T_0)$$

donde h es el coeficiente de convección libre ($10\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$), A es el área de contacto y T_{in} y T_0 son las temperaturas interiores del globo y la temperatura ambiente respectivamente. Calcule cuánto tiempo puede permanecer a la altura máxima si dispone, en estas condiciones, de $150\ kg$ de propano. Tome el poder calorífico del propano como $46\ MJ/kg$ y la eficiencia del quemador como 70%.

g. Estimación de la altura máxima teórica. Suponiendo que la temperatura exterior se mantiene constante con la altura (suposición que sabemos que no es totalmente válida pues sí depende de la altura y otras variables climáticas), considerando que la densidad del aire disminuye con la altura según la relación:

$$\rho = \rho_0 \, e^{-(\alpha \, h)} \qquad \rho_0 = 1{,}186 \, kg/m^3$$

y que la presión atmosférica también depende con la altura según la expresión

$$P = P_0 \, e^{-(\alpha \, h)} \qquad P_0 = 101000 \, Pa$$

donde

$$\alpha = \frac{pma \, g}{R_g \, T_0}$$

Suponiendo además que la temperatura del aire en el interior de la bolsa se mantiene en $120 \, °C$ calcule la máxima altura que alcanzaría el globo.

Datos extras:

Aceleración de la gravedad: $g = 9{,}8 \, m/s^2$.
Constante de los gases: $R_g = 8{,}314 \, J/(mol \, K)$

Problema Teórico 1 – Nivel 2
Hoja de respuesta

		Puntaje
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		
g		

Problema Teórico 2
El *Puente Carey Foster*.

En electrónica, el *Puente Carey Foster* es un circuito puente utilizado para determinar el valor de resistencias pequeñas o para comparar resistencias de valores similares. El mismo fue inventado por Carey Foster como una variante del *Puente de Wheatstone*.

El circuito básico del puente de Carey Foster, que se esquematiza en la figura 1, consta de una fuente de voltaje continuo V, dos resistencias R_P y R_Q iguales y un puente de hilo. Las resistencias R_X y R_Y son las resistencias que se quieren comparar o, si se conoce una de ellas, el puente permite determinar el valor de la resistencia desconocida.

Para realizar las mediciones se varía la resistencia dada por el puente de hilo (variando el punto de contacto dado por el punto D) hasta lograr que el amperímetro de una lectura igual a cero (el puente se encuentra balanceado). Bajo esa condición se determina la longitud l_1 (distancia del punto E al punto D). Luego, se intercambia la posición de las resistencias R_X y R_Y, se vuelve a balancear el puente y se determina la nueva longitud l_2(nueva distancia del punto E al punto D). A partir de estas mediciones, y conociendo la resistencia por unidad de longitud del material del hilo (σ $[\Omega\,\mathrm{m}^{-1}]$ es posible determinar la diferencia entre los valores de R_X y R_Y.

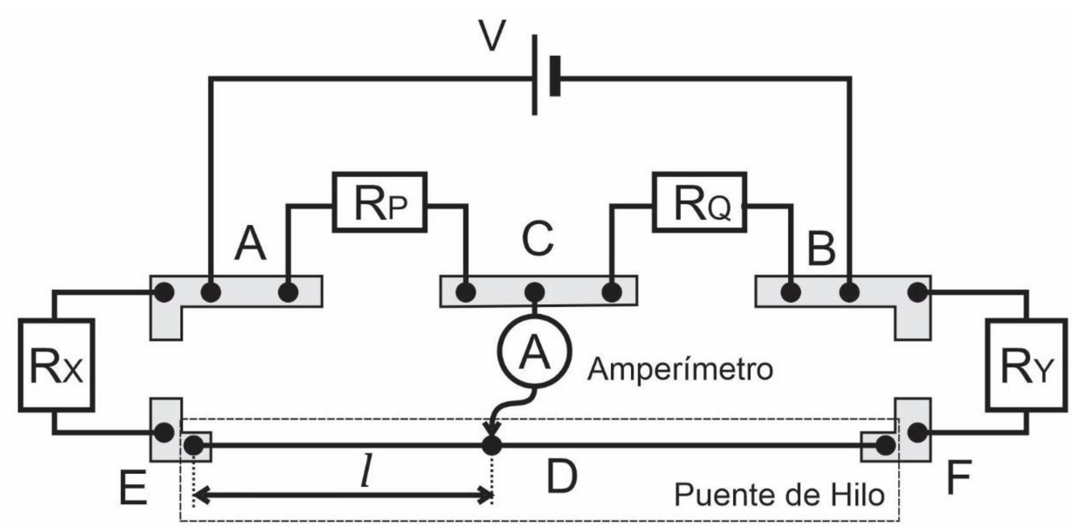


Figura 1. Puente de Carey Foster

a. Muestre que, cuando el puente está balanceado, la diferencia entre R_X y R_Y está dada por,

$$R_X - R_Y = \sigma\,(l_2 - l_1)$$

b. Para determinar σ se utilizan dos resistencias conocidas de $1\,\Omega$ y $0\,\Omega$. Cuando la resistencia de $1\,\Omega$ se ubica a la izquierda ($R_X = 1\,\Omega$ y $R_Y = 0\,\Omega$) , $l_1 = 25\ cm$ y cuando se intercambian, $l_2 = 75\ cm$. Determine el valor de σ.

c. Sabiendo que el diámetro del alambre es de $1\,mm$, determine la resistividad ρ del material del alambre.

d. Determine la resistencia R_{puente} entre los puntos E y F, y el largo L del hilo.

e. Si $V = 1\,V$ y $R_P = R_Q = 5\,\Omega$, determine la corriente i_{puente} que circula por el puente de hilo con las resistencias dadas en el punto b.

f. Determine la potencia P_f entregada por la fuente con la configuración del punto e.

g. Se disponen dos resistencias R y R' desconocidas. Cuando R se conecta en la posición R_X y R' a R_Y, se mide que la distancia $l = 50{,}5\,cm$ para balancear el puente. Luego, se mide una distancia $l = 49{,}5\,cm$ cuando se intercambian R por R'. Dados los valores de V y R_P y R_Q dados en el inciso e. y sabiendo que la potencia entregada por la fuente es $0{,}3\,W$ con el puente balanceado, determine el valor de R y R'.

h. Si el amperímetro que se utiliza en el puente tiene una apreciación de $1\,mA$ y una resistencia interna de $0{,}5\,\Omega$, determine la mínima diferencia entre las resistencias R_X y R_Y que es posible medir. Para esto, suponga que las resistencias $R_X = R_Y = 4\,\Omega$.

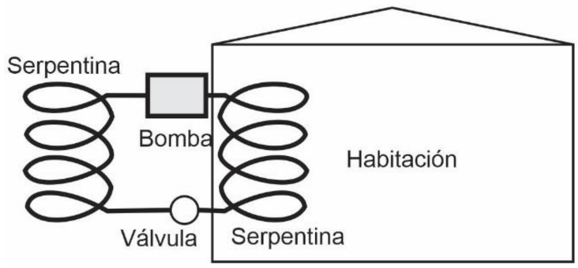
i. Dadas las condiciones del punto anterior, determine la potencia entregada por la fuente P y la potencia disipada en el puente de hilo P_{puente}.

Problema Teórico 2 – Nivel 2
Hoja de respuesta

		Puntaje
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		
g		
h		
i		

Problema Teórico 3
La termodinámica y el funcionamiento de algunas máquinas.

- Un aire acondicionado se puede modelar como una máquina térmica cuyo funcionamiento puede ser descripto mediante un ciclo inverso de *Carnot*. Es decir, opera como una bomba de calor que transfiere calor de un lugar frío a uno más caliente empleando trabajo externo. El ciclo se puede describir con los siguientes procesos:



1. una cantidad de calor Q_F se absorbe de la habitación a una temperatura T_F mediante una expansión isotérmica de un gas de trabajo contenido en serpentinas de refrigeración;
2. el gas se comprime adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_C;
3. el gas se comprime isotérmicamente en un serpentín exterior de la vivienda, liberando una cantidad de calor Q_C;
4. el gas se expande adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_F.

Una cantidad de energía E se introduce en el sistema en cada ciclo a través de una bomba eléctrica. Este modelo describe un aire acondicionado que tiene la máxima eficiencia posible.

Considere que la temperatura del aire exterior es T_C y la temperatura del aire interior es T_F. El aire acondicionado consume una energía eléctrica por unidad de tiempo P. Suponga que el aire de la habitación está suficientemente seco como para evitar la condensación de agua en los serpentines de refrigeración del aire acondicionado.

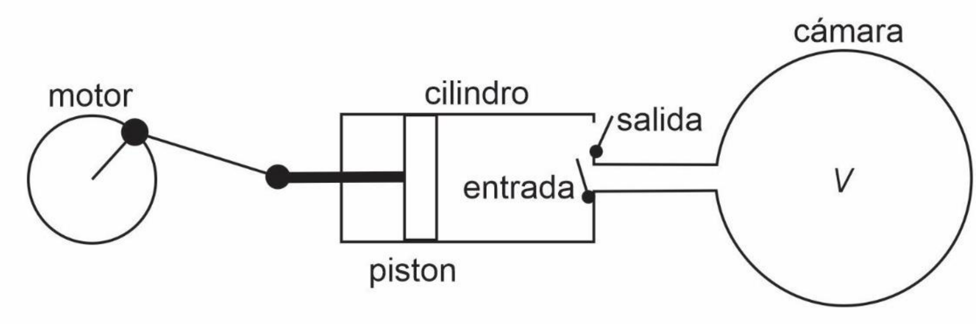
a. Encuentre una expresión para la tasa máxima de extracción de calor de la habitación en función de las temperaturas del aire T_C y T_F, y de la potencia P suministrada al aire acondicionado.

b. Si el aire acondicionado extrae $3000\,frigorías$, ¿qué potencia mínima debería suministrarse al aire acondicionado para mantener la temperatura interior a $25°C$ si la temperatura externa es de $40°C$? ($1\ kW$ equivale $860\ frigorías$)

   En la habitación el calor entra a una velocidad $R = k\Delta T$, donde ΔT es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior de la habitación y k es una constante. Una habitación típica tiene un valor de $k = 173\ W\ °C^{-1}$. Si la temperatura exterior es de $40°C$ y P es la calculada en el inciso anterior,

c. Encuentre una expresión para la temperatura más baja posible que puede alcanzar la habitación en términos de la temperatura exterior T_C, k y P y evalúe.

- Un sistema de vacío consta de una cámara de volumen V conectada a una bomba de vacío, que es un cilindro con un pistón que se mueve de izquierda a derecha. El volumen mínimo en el cilindro de la bomba es V_0 y el volumen máximo es $V_0 + \Delta V$. Debe asumirse que $\Delta V \ll V$.



El cilindro tiene dos válvulas. La válvula de entrada se abre cuando la presión dentro del cilindro es inferior a la presión en la cámara, pero se cierra cuando el pistón se mueve hacia la derecha. La válvula de salida se abre cuando la presión dentro del cilindro es superior a la presión atmosférica P_a y se cierra cuando el pistón se mueve hacia la izquierda. Un motor impulsa el pistón para que se mueva hacia adelante y hacia atrás. El pistón se mueve a una velocidad tal que el calor no se conduce hacia dentro ni hacia fuera del gas contenido en el cilindro durante el ciclo de bombeo. Un ciclo completo toma un tiempo Δt. Debe asumirse que Δt es una cantidad muy pequeña, pero $\Delta V/\Delta t = R$ es finito. El gas en la cámara es un gas ideal monoatómico y permanece a una temperatura fija T_a.

Parta del supuesto que $V_0 = 0$ y que no hay fugas en el sistema.

d. En $t = 0$, la presión dentro de la cámara es P_a. Encuentre una expresión para la presión en la cámara después del primer ciclo del pistón.
e. Encuentre una expresión para la presión en la cámara al cabo de n ciclos.
f. Demuestre que la presión en la cámara al cabo de un tiempo t está dada por la siguiente expresión:

$$P(t) = P_a e^{-tR/V}$$

Utilice el hecho que:

$$\lim_{x \to 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

g. Encuentre una expresión para la temperatura del gas al salir del cilindro de la bomba a la atmósfera. Su respuesta puede depender del tiempo.

Problema Teórico 3 – Nivel 2
Hoja de respuesta

		Puntaje
a.		
b.		
c.		
d.		
e.		
f.		
g		

Olimpíada Argentina de Física 2025

Instancia Nacional

Prueba Teórica

Nombre: ....

D.N.I.: ....

- Antes de comenzar a resolver la prueba lea cuidadosamente TODO el enunciado de la misma.

- Escriba su nombre y su número de DNI en el sitio indicado en esta portada. **No escriba su nombre en ningún otro sitio de la prueba.**

- Escriba la solución en las hojas provistas y numérelas. Ejemplo: PT1 2/5 (Problema Teórico 1, hoja dos de cinco). **No enumere las hojas del enunciado.**

- Escriba con lapicera color azul. **No se puede usar ningún otro color.**

- Si necesita más hojas pídalas al Bedel. **No use hojas personales.**

- **No escriba respuestas en las hojas del enunciado pues no serán consideradas.**

- Escriba de un solo lado de las hojas.

- Entregue la prueba en el sobre provisto. Deberá engrampar la solución de cada problema por separado: en primer lugar la hoja de respuestas del problema y luego las hojas con la resolución correspondiente que haya llevado a cabo. **No escriba en el sobre su nombre.**

Problema Teórico 1
Globo aerostático.

En este problema vamos a analizar el funcionamiento de un globo aerostático y para esto haremos las simplificaciones que sean necesarias para una mejor comprensión de este sistema. Un globo aerostático es una nave no propulsada que consta de una bolsa (que supondremos una esfera inextensible) abierta en su parte inferior y que contiene en su interior aire caliente que es el gas que permite su elevación. Suspendida de esta bolsa hay una infraestructura sólida denominada barquilla donde se ubican los pasajeros y las bombillas que contiene gas propano utilizado para calentar el aire dentro de la bolsa. En el análisis que realizaremos consideraremos despreciable el volumen tanto de la barquilla como de sus ocupantes en comparación con el volumen de la bolsa. Supondremos que la temperatura ambiente exterior del globo se mantiene constante $T_0 = 25\,°C$ e independiente de la altura. Consideraremos que el aire es un gas ideal diatómico cuyo peso molecular (pma) es $29\, g/mol$ y su densidad a $25\,°C$ es $1{,}186\, kg/m^3$.

a. El globo desinflado más el resto del equipamiento (incluyendo canasta y quemador) tiene una masa de $500\, kg$, y el globo transporta 4 personas de $75\, kg$ cada una. Suponiendo que la bolsa del globo aerostático es una esfera de $10\, m$ de radio y está llena de aire a $25\,°C$ ¿cuál es el peso total del sistema?

b. Calcule el empuje que el aire exterior ejerce sobre el globo.

c. ¿Cuál es la temperatura mínima a la cual se debe calentar el aire en el interior de la bolsa para que el globo comience a elevarse?

d. Si la temperatura en el interior del globo es de $120\,°C$ ¿cuál es la fuerza neta aplicada sobre el globo en el momento de soltarlo?

e. Calcule el valor de la fuerza viscosa que el aire exterior ejerce sobre el globo al moverse cuando el globo tiene una velocidad de $5\, m/s$. ¿Es válido no tenerla en cuenta en este análisis? La fuerza viscosa sobre una esfera es $F_v = 6\pi\eta R v$, donde η es la viscosidad del fluido en el cual se mueve la esfera, R es el radio de la esfera y v es la velocidad. (Viscosidad del aire $1{,}8\ \times 10^{-5}\, Pa\, s$).

------------------------------------ FIN NIVEL 1 --------------------------------------

f. Una vez que la bolsa alcanza la temperatura de régimen ($T = 120\,°C$), debe suministrarse una potencia continua para compensar las pérdidas por convección en la superficie de la bolsa. Considerando que la potencia por pérdidas por convección viene dada por

$$P_{conv} = h\, A\, (T_{in} - T_0)$$

donde h es el coeficiente de convección libre ($10\, W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$), *A* es el área de contacto y T_{in} *y* T_0 son las temperaturas interiores del globo y la temperatura ambiente respectivamente. Calcule cuánto tiempo puede permanecer a la altura máxima si dispone, en estas condiciones, de $150\, kg$ de propano. Tome el poder calorífico del propano como $46\, MJ/kg$ y la eficiencia del quemador como 70%.

g. Estimación de la altura máxima teórica. Suponiendo que la temperatura exterior se mantiene constante con la altura (suposición que sabemos que no es totalmente válida pues sí depende de la altura y otras variables climáticas), considerando que la densidad del aire disminuye con la altura según la relación:

$$\rho = \rho_0 \, e^{-(\alpha\, h)} \qquad \rho_0 = 1{,}186\, kg/m^3$$

y que la presión atmosférica también depende con la altura según la expresión

$$P = P_0 \, e^{-(\alpha\, h)} \qquad P_0 = 101000\, Pa$$

donde

$$\alpha = \frac{pma\ g}{R_g\, T_0}$$

Suponiendo además que la temperatura del aire en el interior de la bolsa se mantiene en $120\ °C$ calcule la máxima altura que alcanzaría el globo.

Datos extras:

Aceleración de la gravedad: $g = 9{,}8\, m/s^2$.

Constante de los gases: $R_g = 8{,}314\, J/(mol\, K)$

Solución:

a. Suponiendo que la bolsa del globo aerostático, esférica de 10 m de radio, está llena de aire a 25 °C. El resto del equipamiento (incluyendo canasta y quemador) tiene una masa de 500 kg, y el globo transporta 4 personas de 75 kg cada una, ¿cuál es el peso total del sistema?

El peso total del sistema es:

$$P = \left(500\,kg + 4\ \times 75\,kg + \frac{4}{3}\,\pi\,R^3\,\delta_a\right)\,g = 56525{,}47\,N$$

b. Calcule el empuje que el aire exterior ejerce sobre el globo.

$$E = \frac{4}{3}\,\pi\,R^3\,\delta_a\,g = 48685{,}47\,N$$

c. ¿Cuál es la temperatura mínima a la cual se debe calentar el aire en el interior de la bolsa para que el globo comience a elevarse?

El globo comenzará a elevarse cuando el empuje sea igual al peso.

$$n = \frac{P\,V}{Rg\,T}$$

$$\left(500\,kg + 4\ \times 75\,kg + \frac{P\,V}{Rg\,T}\,pma\right)\,g = \frac{4}{3}\,\pi\,R^3\,\delta_a\,g$$

Despejando se obtiene T = 354,06 K (80,9 °C)

d. Si la temperatura en el interior del globo es de 120 °C ¿cuál es la fuerza neta aplicada sobre el globo en el momento de soltarlo?

La fuerza neta será F = E - P

$$F = \frac{4}{3}\,\pi\,R^3\,\delta_a\,g - \left(500\,kg + 4\ \times 75\,kg + \frac{P\,V}{Rg\,T}\,pma\right)\,g = \ 4061.83\,N$$

e. Calcule el valor de la fuerza viscosa que el aire exterior ejerce sobre el globo al moverse cuando el globo tiene una velocidad de 5 m/s. ¿Es válido no tenerla en cuenta en este análisis? La fuerza viscosa sobre una esfera es F_V = 6 □□□ R v, donde □ es la viscosidad del fluido en el cual se mueve la esfera, R es el radio de la esfera y v es la velocidad. (Viscosidad del aire 1,8 x10^{-5} Pa s).

$$F_V = 6\,\pi\,\eta\,R\,v = 0{,}0170\,N$$

Es despreciable frente a las otras fuerzas.

f. Una vez que la bolsa alcanza la temperatura de régimen (T = 120 °C), debe suministrarse una potencia continua para compensar las pérdidas por convección en la superficie de la bolsa. Considerando que la potencia por pérdidas por convección viene dada por

$P_{conv} = h \cdot A \cdot (T_{in} - T_0)$

donde h es el coeficiente de convección libre (10 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$), A es el área de contacto y T_{in} y T_0 son la temperatura interior del globo y la temperatura ambiente respectivamente. Calcule cuánto tiempo puede permanecer a la altura máxima si el globo dispone de dos botellas de propano conteniendo cada una 75 kg de gas. Tome el poder calorífico del propano como 46 MJ/kg y la eficiencia del quemador como 70%.

$$P_{conv} = h\, 4\, \pi\, R^2\, (120 - 25)\, K = 1{,}194\ \times 10^6\ W$$

$$t = \frac{150\ kg\ 46 \times 10^6\ \frac{J}{kg}\ 0{,}7}{P_{conv}} = 4045{,}9\ s \quad (1{,}12\ h)$$

h. Estimación de la altura máxima teórica. Suponiendo que la temperatura exterior se mantiene constante con la altura (suposición que sabemos que no es totalmente válida pues sí depende de la altura y otras variables climáticas), considerando que la densidad del aire disminuye con la altura según la relación:

$$\rho = \rho_0\, e^{-(\alpha\, h)} \qquad \rho_0 = 1{,}186\ kg/m^3$$

y que la presión atmosférica también depende con la altura según la expresión

$$P = P_0\, e^{-(\alpha\, h)} \qquad P_0 = 101000\ Pa$$

donde

$$\alpha = \frac{pma\ g}{R_g\ T_0}$$

Suponiendo que la temperatura del aire en el interior de la bolsa se mantiene constante e igual a 120 °C, calcule la máxima altura que alcanzaría el globo.

La máxima altura del globo será cuando el empuje sea igual al peso.

$$\frac{4}{3}\ \pi\, R^3\, \delta(h)\ g = \left(500\ kg + 4\ \times 75\ kg + \frac{P(h)\ V}{Rg\ T_0}\ pma\right)\ g$$

$$\frac{4}{3}\ \pi\, R^3\, \rho_0\, e^{-(\alpha\, h)}\ g = \left(500\ kg + 4\ \times 75\ kg + \frac{P_0\, e^{-(\alpha\, h)}\ V}{Rg\ T_0}\ pma\right)\ g$$

Despejando

$$h = -\frac{R_g\ T_0}{pma\ g} Ln\left[\frac{(500\ kg + 4\ \times 75\ kg)}{\frac{4}{3}\ \pi\, R^3\ \left(\delta_0 - \frac{P_0\ pma}{R_g\ T_0}\right)}\right] = 4801{,}35\ m$$

Hoja de respuesta

		Puntaje
a.	$P = 56525{,}47\ N$	1 ptos 1 pto
b.	$E = \ 48685{,}47\ N$	2 ptos 1 pto
c.	$T \ = \ 354{,}06\ K\ (80{,}9\ °C)$	3 ptos 1 pto
d.	$F = \ 4061.83\ N$	2 ptos 1 pto
e.	$F_V = 0{,}017\ N$	2 ptos 1 pto
f.	$t = 4045{,}9\ s \quad (1{,}12\ h)$	2,5 ptos
g	$h = 4801{,}35\ m$	2,5 ptos

Problema Teórico 2
El *Puente Carey Foster*.

En electrónica, el *Puente Carey Foster* es un circuito puente utilizado para determinar el valor de resistencias pequeñas o para comparar resistencias de valores similares. El mismo fue inventado por Carey Foster como una variante del *Puente de Wheatstone*.

El circuito básico del puente de Carey Foster, que se esquematiza en la figura 1, consta de una fuente de voltaje continuo V, dos resistencias R_P y R_Q iguales y un puente de hilo. Las resistencias R_X y R_Y son las resistencias que se quieren comparar o, si se conoce una de ellas, el puente permite determinar el valor de la resistencia desconocida.

Para realizar las mediciones se varía la resistencia dada por el puente de hilo (variando el punto de contacto dado por el punto D) hasta lograr que el amperímetro de una lectura igual a cero (el puente se encuentra balanceado). Bajo esa condición se determina la longitud l_1 (distancia del punto E al punto D). Luego, se intercambia la posición de las resistencias R_X y R_Y, se vuelve a balancear el puente y se determina la nueva longitud l_2(nueva distancia del punto E al punto D). A partir de estas mediciones, y conociendo la resistencia por unidad de longitud del material del hilo (σ $[\Omega\,\mathrm{m}^{-1}]$ es posible determinar la diferencia entre los valores de R_X y R_Y.

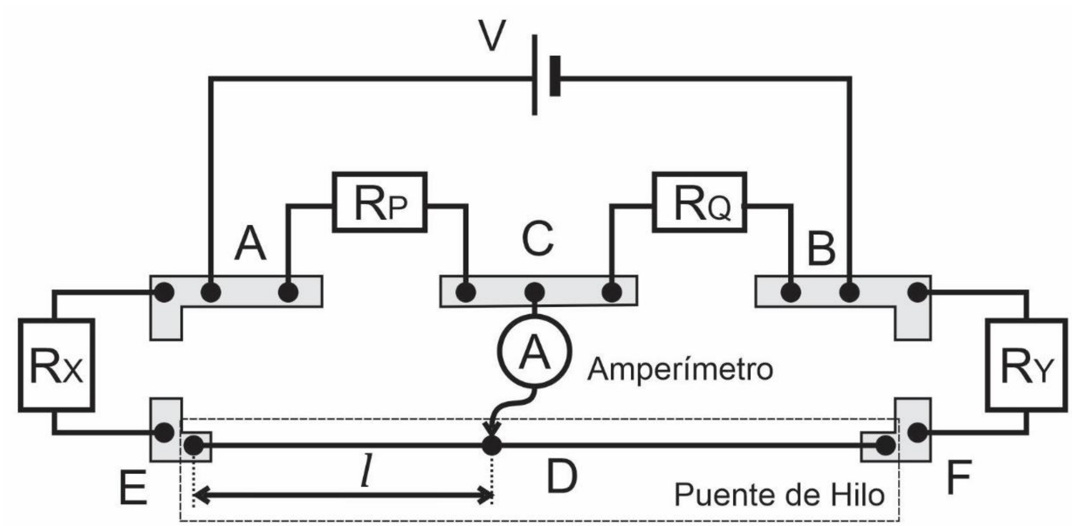


Figura 1. Puente de Carey Foster

a. Muestre que, cuando el puente está balanceado, la diferencia entre R_X y R_Y está dada por,

$$R_X - R_Y = \sigma\,(l_2 - l_1)$$

b. Para determinar σ se utilizan dos resistencias conocidas de $1\,\Omega$ y $0\,\Omega$. Cuando la resistencia de $1\,\Omega$ se ubica a la izquierda ($R_X = 1\,\Omega$ y $R_Y = 0\,\Omega$) , $l_1 = 25\ cm$ y cuando se intercambian, $l_2 = 75\ cm$. Determine el valor de σ.

c. Sabiendo que el diámetro del alambre es de $1\,mm$, determine la resistividad ρ del material del alambre.

d. Determine la resistencia R_{puente} entre los puntos E y F, y el largo L del hilo.

e. Si $V = 1\,V$ y $R_P = R_Q = 5\,\Omega$, determine la corriente i_{puente} que circula por el puente de hilo con las resistencias dadas en el punto b.

f. Determine la potencia P_f entregada por la fuente con la configuración del punto e.

-- Fin Nivel 1 --

g. Se disponen dos resistencias R y R' desconocidas. Cuando R se conecta en la posición R_X y R' a R_Y, se mide que la distancia $l = 50{,}5\,cm$ para balancear el puente. Luego, se mide una distancia $l = 49{,}5\,cm$ cuando se intercambian R por R'. Dados los valores de V y R_Py R_Q dados en el inciso e. y sabiendo que la potencia entregada por la fuente es $0{,}3\,W$ con el puente balanceado, determine el valor de R y R'.

h. Si el amperímetro que se utiliza en el puente tiene una apreciación de $1\,mA$ y una resistencia interna de $0{,}5\,\Omega$, determine la mínima diferencia entre las resistencias R_X y R_Y que es posible medir. Para esto, suponga que las resistencias $R_X = R_Y = 4\,\Omega$.

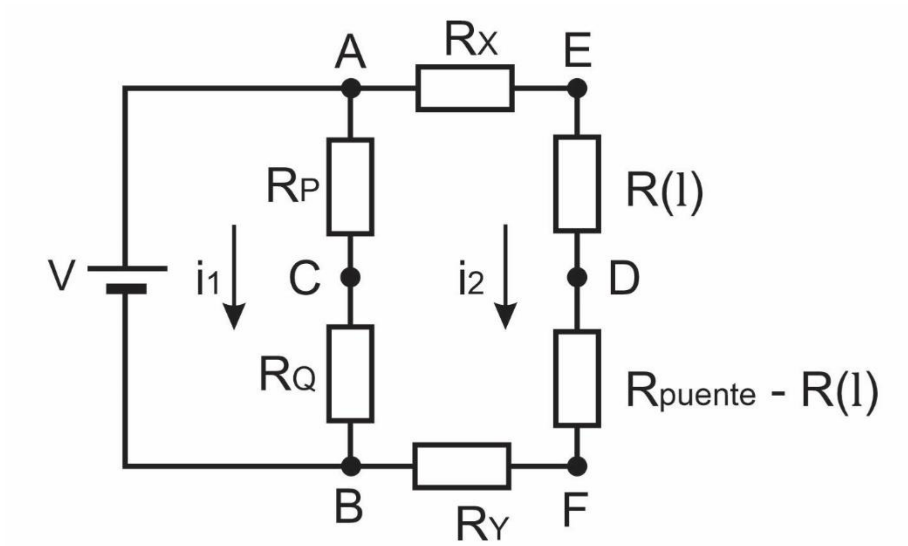
i. Dadas las condiciones del punto anterior, determine la potencia entregada por la fuente P y la potencia disipada en el puente de hilo P_{puente}.

Hoja de respuesta

		Puntaje
a.	Ver solución en hojas.	3 ptos 1,5 ptos
b.	$\sigma = 2\ \Omega m^{-1}$	1 pto 0,5 ptos
c.	$\rho = 1{,}57\ \mu\Omega\ m$	2 ptos 1 pto
d.	$R_{puente} = 2\ \Omega$ $L = 1\ m$	2 ptos 1 pto
e.	$i_2 = i_{puente} = \frac{1}{3} A \sim 333\ mA$	1 pto 0,5 ptos
f.	$P_f = 0{,}433\ W = 433\ mW$	1 pto 0,5 ptos
g	$R = 1{,}49\ \Omega$ $R' = 1{,}51\ \Omega$	2 ptos
h	$\Delta R = 0{,}11\ \Omega$	2 ptos
i	$P = 0{,}2\ W$ $P_{puente} = 20\ mW - 5 \times 10^{-4}\ mW \sim 20\ mW$	1 pto

Solución

a. Cuando el puente está balanceado no circula corriente y la caída de tensión $V_{CD} = 0$. En este caso, el circuito se puede representar como se muestra en la figura donde circula una corriente i_1 por las resistencias R_P y R_Q y una corriente i_2 por las resistencias R_X, R_Y y por el puente de hilo.



$R(l)$ es la resistencia del puente de hilo para una longitud l y R_{puente} es la resistencia total del puente de hilo.

Cuando R_X está a la izquierda y R_Y a la derecha en la figura 1 (arriba y abajo respectivamente en la figura de la solución) se mide una distancia l_1 que corresponde a una resistencia $R_1 = \sigma l_1$. Entonces, se cumple que

$$V_{AC} = V_{AD} \Longrightarrow i_1 R_P = i_2(R_X + R_1) \quad (1)$$

$$V_{CB} = V_{DB} \Longrightarrow i_1 R_Q = i_2\left(R_Y + R_{puente} - R_1\right) \quad (2)$$

Haciendo el cociente de las ecuaciones (1) y (2),

$$\frac{R_P}{R_Q} = \frac{R_X + R_1}{R_Y + R_{puente} - R_1} \quad (3)$$

Cuando se intercambian las resistencias R_X y R_Y se mide una distancia l_2 que corresponde a una resistencia $R_2 = \sigma l_2$. Entonces, ahora se cumple que

$$V_{AC} = V_{AD} \Longrightarrow i_1 R_P = i_2(R_Y + R_2) \quad (4)$$

$$V_{CB} = V_{DB} \Longrightarrow i_1 R_Q = i_2\left(R_X + R_{puente} - R_2\right) \quad (5)$$

Haciendo el cociente de las ecuaciones (4) y (5),

$$\frac{R_P}{R_Q} = \frac{R_Y + R_2}{R_X + R_{puente} - R_2} \quad (6)$$

Sumando 1 a la ecuación (3) y (6) e igualando

$$\frac{R_P}{R_Q}+1=\frac{R_X+R_Y+R_{puente}}{R_Y+R_{puente}-R_1}=\frac{R_X+R_Y+R_{puente}}{R_X+R_{puente}-R_2}$$

$$R_Y+R_{puente}-R_1=R_X+R_{puente}-R_2$$

$$R_X-R_Y=R_2-R_1=\sigma(l_2-l_1)$$

b.

$$1\,\Omega=\ \sigma\,(0{,}75\,m-0{,}25\,m)=0{,}5\,m\,\sigma$$

$$\sigma=2\,\Omega m^{-1}$$

c. Para un cilindro de resistividad ρ, diámetro d y largo L, la resistencia R está dada por

$$R=\rho\frac{L}{\frac{\pi}{4}d^2}=\sigma\,L\ \Longrightarrow\sigma=\frac{4\,\rho}{\pi d^2}$$

$$\rho=\sigma\frac{\pi d^2}{4}=1{,}57\times10^{-6}\Omega\,m=1{,}57\,\mu\Omega\,m$$

d. Dado que $R_P=R_Q$, entonces $V_{AC}=V_{CB}$ y

$$V_{AD}=V_{DB}$$

$$i_2[R_X+R(l)]=i_2\big[R_Y+R_{puente}-R(l)\big]$$

$$R_X+R(l)=R_Y+R_{puente}-R(l)$$

Para $R_X=1\,\Omega$ y $R_Y=0\,\Omega$, $l_1=0{,}25\,m\ \Longrightarrow R_1=R(l_1)=0{,}5\,\Omega$, entonces

$$R_{puente}=1\,\Omega+2\times0{,}5\,\Omega=2\,\Omega$$

Para $R_X=0\,\Omega$ y $R_Y=1\,\Omega$, $l_2=0{,}75\,m\ \Longrightarrow R_2=R(l_2)=1{,}5\,\Omega$, entonces

$$R_{puente}=2\,\Omega$$

$$R_{puente}=\sigma\,L\ \Longrightarrow L=1\,m$$

O

$$L=l_1+l_2=1\,m$$

e. La corriente que circula por el puente de hielo es i_2 y

$$V_{AB}=V=i_2\big(R_X+R_Y+R_{puente}\big)$$

$$i_2 = \frac{V}{R_X + R_Y + R_{puente}} = \frac{1V}{3\,\Omega} = \frac{1}{3}A \sim 333\,mA = i_{puente}$$

f. La potencia entregada por la fuente P_f está dada por,

$$P_f = V(i_1 + i_2)$$

Donde $V = 1\,V$ e $i_2 = i_{puente} \sim 333\,mA$.

Como

$$V_{AB} = V = i_1\left(R_P + R_Q\right)$$

$$i_1 = \frac{V}{\left(R_P + R_Q\right)} = 100\,mA$$

$$P_f = 0{,}433\,W = 433\,mW$$

g. Si $R_X = R$ y $R_Y = R'$ entonces $l_1 = 50{,}5\,cm$ y si $R_X = R'$ y $R_Y = R$ entonces $l_2 = 49{,}5\,cm$. Luego,

$$R_X - R_Y = \sigma(l_2 - l_1) = -2 \times 10^{-2}\Omega$$

Como el puente está balanceado,

$$V = i_1\left(R_P + R_Q\right) = i_2\left(R + R' + R_{puente}\right)$$

Por lo cual,

$$i_1 = \frac{V}{R_P + R_Q} = \frac{1\,V}{10\,\Omega} = 0{,}1\,A$$

Dada la potencia P entregada por la fuente,

$$P = V\,i_T = V(i_1 + i_2) = 0{,}3\,W \implies i_2 = 0{,}2\,A$$

Entonces

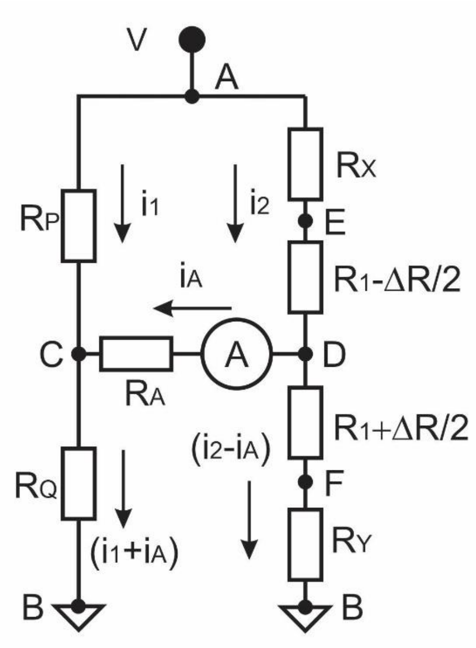
$$R + R' + R_{puente} = \frac{V}{i_2} = 5\,\Omega \implies R + R' = 3\,\Omega$$

Finalmente,

$$R = 1{,}49\,\Omega$$

$$R' = 1{,}51\,\Omega$$

h.



La mínima diferenciaentre las resistencias R_X y R_Y va a estar dada cuando por el amperímetro circule una corriente de $i_A = 1\,mA$ (mínima corriente que es posible determinar con el amperímetro). Suponiendo que la corriente circula por el amperímetro en el sentido que se muestra en la figura, entonces la mínima diferencia que es posible determinar estará dada por ΔR.

Dado que la resistencia del puente es $2\,\Omega$ y que $R_X = R_Y$, la resistencia $R_1 = \frac{R_{puente}}{2} = 1\Omega$

Considerando la rama ACB,

$$i_1 R_P + (i_1 + i_A) R_Q = V$$

Dado los valores de$R_P = R_P = 5\,\Omega$ y $V = 1\,V$,

$$i_1 = 99{,}5\,mA$$

Considerando la rama ADB,

$$i_2\left(R_X + R_1 - \frac{\Delta R}{2}\right) + (i_2 - i_A)\left(R_Y + R_1 + \frac{\Delta R}{2}\right) = V$$

Dado los valores de $R_X = R_Y = 4\,\Omega$ y $R_1 = 1\,\Omega$,

$$20\,\Omega\, i_2 - 1mA\,\Delta R = 2010\,mV$$

Considerando la malla $ACDA$,

$$i_1 R_P = i_2\left(R_X + R_1 - \frac{\Delta R}{2}\right) + i_A R_A$$

Dado que $R_A = 0{,}5\,\Omega$ y el valor de i_1 obtenido

$$i_2(10\,\Omega - \Delta R) = 994\,mV \Longrightarrow i_2 = \frac{994\,mV}{(10\,\Omega - \Delta R)}$$

Reemplazando en la ecuación obtenida de la rama ADB se obtiene

$$\Delta R^2 + 2000\,\Omega\,\Delta R - 220\,\Omega^2 = 0$$

$$\Delta R = \frac{1}{2}\left(-2000\,\Omega \pm \sqrt{2000^2\Omega^2 + 880\,\Omega}\right) = -1000\,\Omega \pm +1000{,}11\,\Omega$$

Como $\Delta R > 0$,

$$\Delta R = 0{,}11\,\Omega$$

i.

Del punto anterior,

$$i_2 = \frac{994\ mV}{(10\ \Omega - \Delta R)} = 100{,}5\ mA$$

La corriente total entregada por la fuente es

$$i_T = i_1 + i_2 = 200\ mA$$

$$\Longrightarrow P = V i_T = 200\ mW = 0{,}2\ W$$

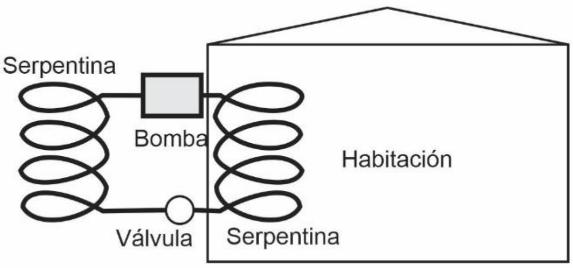
La potencia disipada en el puente de hilo está dada por,

$$P_{puente} = i_2 V_{ED} + (i_2 - i_A) V_{DF} = {i_2}^2 \left(R_1 - \frac{\Delta R}{2}\right) + (i_2 - i_A)^2 \left(R_1 + \frac{\Delta R}{2}\right)$$

$$P_{puente} = 20\ mW - 5 \times 10^{-4}\ mW \sim 20\ mW$$

Problema Teórico 3
El aire acondicionado como ciclo de *Carnot.*

Un aire acondicionado se puede modelar como una máquina térmica cuyo funcionamiento puede ser descripto mediante un ciclo inverso de *Carnot*. Es decir, opera como una bomba de calor que transfiere calor de un lugar frío a uno más caliente empleando trabajo externo. El ciclo se puede describir con los siguientes procesos:



1. una cantidad de calor Q_F se absorbe de una habitación a temperatura T_F mediante una expansión isotérmica de un gas de trabajo contenido en serpentinas de refrigeración;
2. el gas se comprime adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_C;
3. el gas se comprime isotérmicamente en un serpentín exterior de la vivienda, liberando una cantidad de calor Q_C;
4. el gas se expande adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_F.

Una cantidad de energía E se introduce en el sistema en cada ciclo a través de una bomba eléctrica. Este modelo describe un aire acondicionado que tiene la máxima eficiencia posible.

Considere que la temperatura del aire exterior es T_C y la temperatura del aire interior es T_F. El aire acondicionado consume una energía eléctrica por unidad de tiempo P. Suponga que el aire de la habitación está suficientemente seco como para evitar la condensación de agua en los serpentines de refrigeración del aire acondicionado.

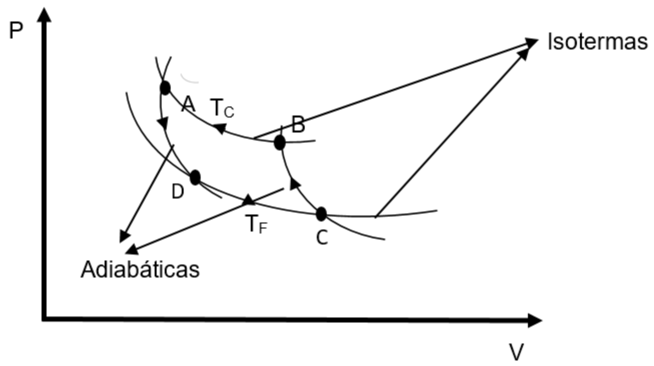
a. Grafique el ciclo de *Carnot* para este proceso.
b. Encuentre una expresión para Q_F y Q_C a partir de la primera ley sabiendo que el trabajo realizado por un gas expandiéndose a temperatura constante viene dado por:
$$-NRTln\,\frac{V_f}{V_i}$$
c. Teniendo en cuenta que en los procesos adiabáticos se cumple que $TV^{\gamma-1} = cte$, demuestre que:
$$\frac{Q_F}{|Q_C|} = \frac{T_F}{T_C}$$
d. Encuentre una expresión para la tasa máxima de extracción de calor de la habitación en función de las temperaturas del aire T_C y T_F, y de la potencia P suministrada al aire acondicionado.

e. Si el aire acondicionado extrae $3000\,frigorías$, ¿qué potencia mínima debería suministrarse al aire acondicionado para mantener la temperatura interior a $25°C$ si la temperatura externa es de $40°C$? ($1\,kW$ equivale $860\,frigorías$)

En la habitación el calor entra a una tasa $R = k\Delta T$, donde ΔT es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior de la habitación y k es una constante. Una habitación típica tiene un valor de $k = 173\,W°C^{-1}$. Si la temperatura exterior es de $40°C$ y P es la calculada en el inciso anterior,

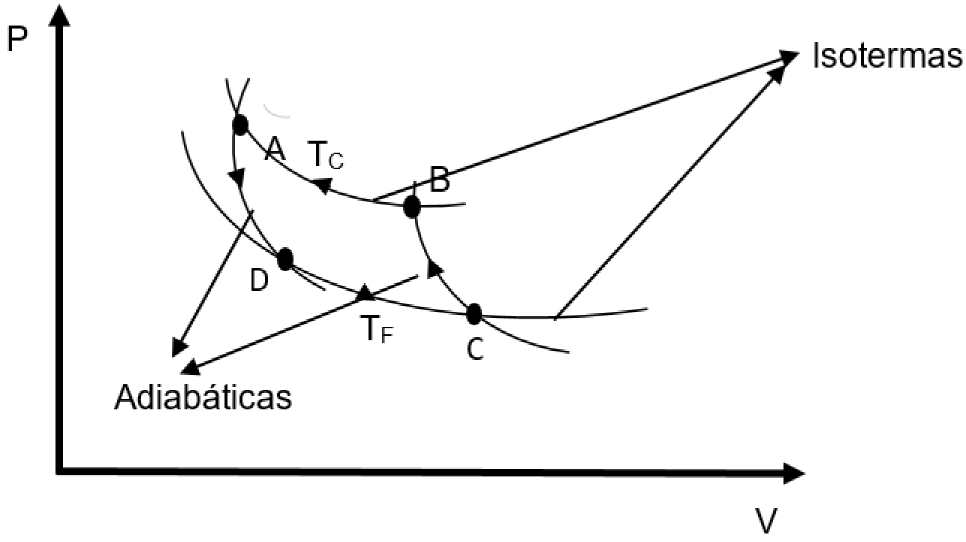
f. Encuentre una expresión para la temperatura más baja posible que puede alcanzar la habitación en términos de la temperatura exterior T_C, k y P y evalúe.

Hoja de respuesta – Nivel 1

		Puntaje
a.		2 ptos
b.	$$Q_F = NRT_F \ln \frac{V_C}{V_D} > 0$$ $$Q_C = NRT_C \ln \frac{V_A}{V_B} < 0$$	2 ptos
c.	Procesos adiabáticos $$T_C V_B^{\gamma-1} = T_F V_C^{\gamma-1}$$ $$T_C V_A^{\gamma-1} = T_F V_D^{\gamma-1}$$ $$\Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$ $$\frac{Q_F}{\lvert Q_C \rvert} = \frac{NRT_F \ln {}^{V_C}/_{V_D}}{NRT_C \ln {}^{V_B}/_{V_A}} = \frac{T_F \ln {}^{V_B}/_{V_A}}{T_C \ln {}^{V_B}/_{V_A}} = \frac{T_F}{T_C}$$	2 ptos
d.	$$\frac{Q_F}{t} = \frac{E}{t}\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right) = P\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right)$$	1 pto
e.	$$P = 0{,}175\ kW$$	1 pto
f.	$$T_F = T_C + \frac{x}{2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{4T_C}{x}}\right);\quad \text{con}\, x = \frac{P}{k}$$ $$T_F = 295{,}82\ °K \equiv 22{,}67\ °C$$	2 ptos

SOLUCION – NIVEL 1

a. Grafique el ciclo de Carnot para este proceso en un diagrama P-V.



b. Encuentre una expresión para Q_F y Q_C a partir de la primera ley sabiendo que el trabajo realizado por un gas expandiéndose a temperatura constante viene dado por:

$$W = -NRTln\,\frac{V_f}{V_i}$$

W > 0 si se hace trabajo sobre el gas y W < 0 si el gas hace trabajo

A T_F, se cumple que la variación de energía interna del gas es cero y de acuerdo a la primera ley:

$$\Delta U_{CD} = Q_F + W_{CD} = 0$$

$$Q_F = -W$$

De acuerdo al enunciado:

$$W_{CD} = -NRT_F \ln\frac{V_C}{V_D} < 0$$

$$\boxed{Q_F = NRT_F \ln\frac{V_C}{V_D} > 0}$$

Es decir, se extraer calor de la habitación y se lo entrega al gas de la máquina que hace un trabajo W_{CD}.

De la misma manera podemos calcular el calor involucrado en el proceso isotérmico a temperatura T_C:

$$\Delta U_{BA} = Q_C - W_{BA} = 0$$

$$Q_C = W_{BA}$$

$$W_{BA} = NRT_C \ln \frac{V_A}{V_B} < 0$$

$$\boxed{Q_C = NRT_C \ln \frac{V_A}{V_B} < 0}$$

c. Teniendo en cuenta que en los procesos adiabáticos se cumple que $TV^{\gamma-1} = cte$, demuestre que:

$$\frac{Q_F}{|Q_C|} = \frac{T_F}{T_C}$$

Sobre los procesos adiabáticos se cumple que.

$$T_C V_B^{\gamma-1} = T_F V_C^{\gamma-1}$$

$$T_C V_A^{\gamma-1} = T_F V_D^{\gamma-1}$$

Haciendo el cociente entre estas expresiones:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

Entonces:

$$\boxed{\frac{Q_F}{|Q_C|} = \frac{NRT_F \ln {}^{V_C}/_{V_D}}{NRT_C \ln {}^{V_B}/_{V_A}} = \frac{T_F \ln {}^{V_B}/_{V_A}}{T_C \ln {}^{V_B}/_{V_A}} = \frac{T_F}{T_C}}$$

d. Derive una expresión para la velocidad máxima de extracción de calor de la habitación en función de las temperaturas del aire T_C y T_F, y la potencia consumida por el aire acondicionado P.

Por conservación de la energía, después de un ciclo:

$$\Delta U = 0 = Q_F + Q_C + W_{neto} = Q_F + Q_C + E \quad \rightarrow \quad -Q_C = |Q_C| = Q_F + E$$

Donde W_{neto} es la energía entregada al sistema.

$$\frac{Q_F}{|Q_C|} = \frac{T_F}{T_C} \quad \rightarrow \quad Q_F = |Q_C| \frac{T_F}{T_C} = (Q_F + E) \frac{T_F}{T_C}$$

Trabajando algebraicamente:

$$Q_F = E \left(\frac{T_F}{T_C - T_F} \right)$$

Dividiendo por t obtenemos la velocidad de extracción de calor:

$$\boxed{\frac{Q_F}{t} = \frac{E}{t}\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right) = P\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right)}$$

Las temperaturas expresadas en °K

e. Si el aire acondicionado es capaz de extraer 3000 frigorías, ¿qué potencia mínima debería tener el aire acondicionado para bajar la temperatura interior a 25°C si la temperatura externa es de 40°C? (1 kW equivale 860 frigorías)

860 frigorías --------------------1 kW

3000 frigorias -------------------x =?

$$x = \frac{3000\,x\,1}{860}\,kW = 3{,}488\,kW$$

Es decir

$$\frac{Q_F}{t} = 3{,}488\,kW = P\left(\frac{298.15}{15}\right)$$

Despejando P resulta:

$$\boxed{P = 0{,}175\,kW}$$

En la habitación el calor entra a una velocidad R = kΔT, donde ΔT es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior de la habitación y k es una constante. Una habitación típica tiene un valor de k = 173 W/°C. Si la temperatura exterior es de 40◦C y P es la calculada en el inciso anterior

f. Encuentre una expresión para la temperatura más baja posible que puede alcanzar la habitación en términos de la temperatura exterior T_C, k y P y evalúe.

$$k(T_C - T_F) = P\frac{T_F}{(T_C - T_F)}$$

Trabajando algebraicamente esta ecuación se convierte en una ecuación de segundo grado en T_F:

$$T_F^2 - (2T_C + x) + T_C^2 = 0 \qquad donde \qquad x = \frac{P}{k}$$

Resolviendo esta ecuación resulta:

$$T_F = T_C + \frac{x}{2}\left(1 \mp \sqrt{1 + \frac{4T_C}{x}}\right)$$

Tiene sentido el signo negativo porque quiero disminuir la temperatura.

$$\boxed{T_F = T_C + \frac{x}{2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{4T_C}{x}}\right)}$$

En este caso:

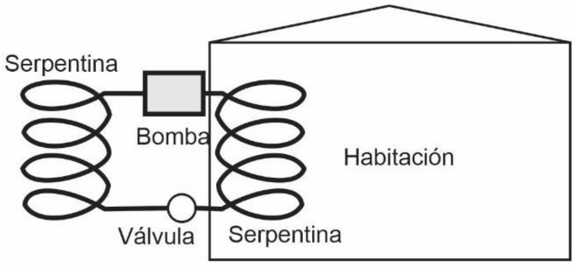
$$x = \frac{P}{k} = \frac{175{,}6}{173} = 1{,}015 \qquad y \qquad T_C = 313.15$$

Entonces:

$$\boxed{T_F = 295{,}82\ °K \equiv 22{,}67\ °C}$$

Problema Teórico 3
La termodinámica y el funcionamiento de algunas máquinas.

- Un aire acondicionado se puede modelar como una máquina térmica cuyo funcionamiento puede ser descripto mediante un ciclo inverso de *Carnot*. Es decir, opera como una bomba de calor que transfiere calor de un lugar frío a uno más caliente empleando trabajo externo. El ciclo se puede describir con los siguientes procesos:



1. una cantidad de calor Q_F se absorbe de la habitación a una temperatura T_F mediante una expansión isotérmica de un gas de trabajo contenido en serpentinas de refrigeración;
2. el gas se comprime adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_C;
3. el gas se comprime isotérmicamente en un serpentín exterior de la vivienda, liberando una cantidad de calor Q_C;
4. el gas se expande adiabáticamente hasta alcanzar una temperatura T_F.

Una cantidad de energía E se introduce en el sistema en cada ciclo a través de una bomba eléctrica. Este modelo describe un aire acondicionado que tiene la máxima eficiencia posible.

Considere que la temperatura del aire exterior es T_C y la temperatura del aire interior es T_F. El aire acondicionado consume una energía eléctrica por unidad de tiempo P. Suponga que el aire de la habitación está suficientemente seco como para evitar la condensación de agua en los serpentines de refrigeración del aire acondicionado.

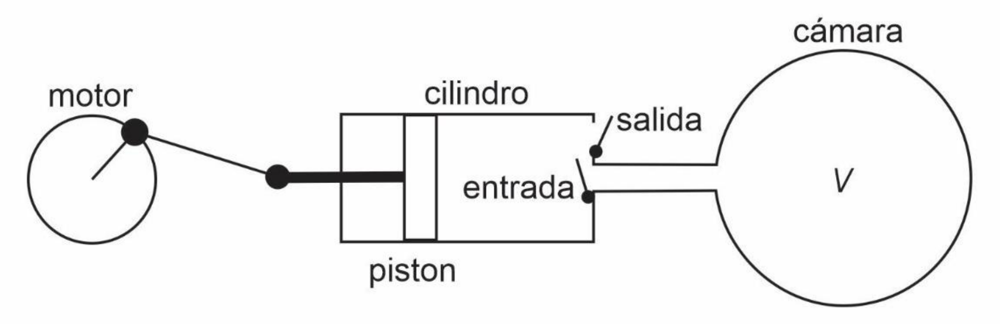
a. Encuentre una expresión para la tasa máxima de extracción de calor de la habitación en función de las temperaturas del aire T_C y T_F, y de la potencia P suministrada al aire acondicionado.

b. Si el aire acondicionado extrae $3000\, frigorías$, ¿qué potencia mínima debería suministrarse al aire acondicionado para mantener la temperatura interior a $25°C$ si la temperatura externa es de $40°C$? ($1\ kW$ equivale $860\ frigorías$)

En la habitación el calor entra a una velocidad $R = k\Delta T$, donde ΔT es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior de la habitación y k es una constante. Una habitación típica tiene un valor de $k = 173\, W\, °C^{-1}$. Si la temperatura exterior es de $40°C$ y P es la calculada en el inciso anterior,

c. Encuentre una expresión para la temperatura más baja posible que puede alcanzar la habitación en términos de la temperatura exterior T_C, k y P y evalúe.

- Un sistema de vacío consta de una cámara de volumen V conectada a una bomba de vacío, que es un cilindro con un pistón que se mueve de izquierda a derecha. El volumen mínimo en el cilindro de la bomba es V_0 y el volumen máximo es $V_0 + \Delta V$. Debe asumirse que $\Delta V \ll V$.



El cilindro tiene dos válvulas. La válvula de entrada se abre cuando la presión dentro del cilindro es inferior a la presión en la cámara, pero se cierra cuando el pistón se mueve hacia la derecha. La válvula de salida se abre cuando la presión dentro del cilindro es superior a la presión atmosférica P_a y se cierra cuando el pistón se mueve hacia la izquierda. Un motor impulsa el pistón para que se mueva hacia adelante y hacia atrás. El pistón se mueve a una velocidad tal que el calor no se conduce hacia dentro ni hacia fuera del gas contenido en el cilindro durante el ciclo de bombeo. Un ciclo completo toma un tiempo Δt. Debe asumirse que Δt es una cantidad muy pequeña, pero $\Delta V/\Delta t = R$ es finito. El gas en la cámara es un gas ideal monoatómico y permanece a una temperatura fija T_a.

Parta del supuesto que $V_0 = 0$ y que no hay fugas en el sistema.

d. En $t = 0$, la presión dentro de la cámara es P_a. Encuentre una expresión para la presión en la cámara después del primer ciclo del pistón.
e. Encuentre una expresión para la presión en la cámara al cabo de n ciclos.
f. Demuestre que la presión en la cámara al cabo de un tiempo t está dada por la siguiente expresión:

$$P(t) = P_a e^{-tR/V}$$

Utilice el hecho que:

$$\lim_{x \to 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

g. Encuentre una expresión para la temperatura del gas al salir del cilindro de la bomba a la atmósfera. Su respuesta puede depender del tiempo.

Hojas de respuesta – Nivel 2

		Puntaje
a.	$$\frac{Q_F}{t} = \frac{E}{t}\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right) = P\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right)$$	2 ptos
b.	$$P = 0{,}175\ kW$$	1 pto
c.	$$T_F = T_C + \frac{x}{2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{4T_C}{x}}\right); \quad \text{con } x = \frac{P}{k}$$ $$T_F = 295{,}82\ °K \equiv 22{,}67\ °C$$	1 pto
d.	$$P_f = P_a \frac{V}{(V + \Delta V)}$$	1 pto
e.	$$P_f = P_a \left(\frac{V}{(V + \Delta V)}\right)^n$$	1 pto
f.	$$n = \frac{t}{\Delta t} \Longrightarrow P(t) = P_a \left(\frac{V}{(V + \Delta V)}\right)^{t/\Delta t} = P_a \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^{-t/\Delta t}$$ $$\Delta t = \frac{\Delta V}{R} \Longrightarrow P(t) = P_a \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^{-tR/\Delta V} = P_a \left[\left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^{V/\Delta V}\right]^{-tR/V}$$ $$x = \frac{\Delta V}{V} \ll 0 \Longrightarrow P(t) = P_a \left((1 + x)^{1/x}\right)^{-tR/V}$$ $$P(t) = P_a e^{-tR/V}$$	2 ptos
g	$$T_f = T_a \left(\frac{P_a}{P_a e^{-tR/V}}\right)^{2/5} = T_a e^{-2tR/5V}$$	2 ptos

SOLUCION – NIVEL 2

a. Derive una expresión para la velocidad máxima de extracción de calor de la habitación en función de las temperaturas del aire T_C y T_F, y la potencia consumida por el aire acondicionado P.

La eficiencia de un ciclo de Carnot inverso viene dada por:

$$\eta = \frac{Q_F}{W} = \frac{T_F}{(T_c - T_F)}$$

Donde W es el trabajo neto hecho sobre es sistema o lo que es lo mismo la energía entregada al sistema, en este caso E

$$Q_F = E\,\frac{T_F}{(T_c - T_F)}$$

Dividiendo por t:

$$\boxed{\frac{Q_F}{t} = \frac{E}{t}\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right) = P\left(\frac{T_F}{T_C - T_F}\right)}$$

Las temperaturas expresadas en °K

b. Si el aire acondicionado es capaz de extraer 3000 frigorías, ¿qué potencia mínima debería tener el aire acondicionado para bajar la temperatura interior a 25°C si la temperatura externa es de 40°C? (1 kW equivale 860 frigorías)

860 frigorías --------------------1 kW

3000 frigorias -------------------x =?

$$x = \frac{3000\,x\,1}{860}\,kW = 3{,}488\,kW$$

Es decir

$$\frac{Q_F}{t} = 3{,}488\,kW = P\left(\frac{298.15}{15}\right)$$

Despejando P resulta:

$$\boxed{P = 0{,}175\,kW}$$

En la habitación el calor entra a una velocidad R = kΔT, donde ΔT es la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior de la habitación y k es una constante. Una habitación típica tiene un valor de k = 173 W/°C. Si la temperatura exterior es de 40◦C y P es la calculada en el inciso anterior

c. Encuentre una expresión para la temperatura más baja posible que puede alcanzar la habitación en términos de la temperatura exterior T_C, k y P y evalúe.

$$k(T_C - T_F) = P\frac{T_F}{(T_C - T_F)}$$

Trabajando algebraicamente esta ecuación se convierte en una ecuación de segundo grado en T_F:

$$T_F^2 - (2T_C + x) + T_C^2 = 0 \qquad donde \qquad x = \frac{P}{k}$$

Resolviendo esta ecuación resulta:

$$T_F = T_C + \frac{x}{2}\left(1 \mp \sqrt{1 + \frac{4T_C}{x}}\right)$$

Tiene sentido el signo negativo porque quiero disminuir la temperatura.

$$\boxed{T_F = T_C + \frac{x}{2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{4T_C}{x}}\right)}$$

En este caso:

$$x = \frac{P}{k} = \frac{175,6}{173} = 1,015 \qquad y \qquad T_C = 313.15$$

Entonces:

$$\boxed{T_F = 295,82\,°K \equiv 22,67\,°C}$$

d. En t = 0, la presión dentro de la cámara es P_a. Encuentre una expresión para la presión en la cámara después del primer ciclo del pistón.

$V_o = 0$ $\qquad R = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ $\qquad$ en t = 0 $\qquad P_{cámara} = P_{at}$ $\qquad V_{camara} = V$

Cuando el pistón se mueve hacia la izquierda a T_a y N = cte, se cumple que:

$$P_a V = P_f(V + \Delta V) = NkT_a$$

Cuando el pistón vuelve hacia la derecha, como la válvula de entrada se mantiene cerrada, la presión en la cámara se mantiene igual a P_f:

$$\boxed{P_f = P_a \frac{V}{(V + \Delta V)}}$$

e. Encuentre una expresión para la presión en la cámara al cabo de n ciclos

Vuelvo a hacer lo mismo que antes, pero ahora la presión inicial en la cámara es P_f en lugar de P_{atm}, resultando:

$$P_f' = P_f \frac{V}{(V + \Delta V)} = P_a \left(\frac{V}{(V + \Delta V)}\right)^2$$

Es decir que al cabo de n ciclos:

$$\boxed{P_f = P_a \left(\frac{V}{(V + \Delta V)}\right)^n}$$

f. Demuestre que la presión en la cámara al cabo de un tiempo t está dada por la siguiente expresión:

$$P(t) = P_a e^{-tR/V}$$

Utilice el hecho que:

$$\lim_{x \to 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

Ahora bien, como cada ciclo dura Δt:

$$n = \frac{t}{\Delta t}$$

Resultando:

$$P(t) = P_a \left(\frac{V}{(V + \Delta V)}\right)^{t/\Delta t}$$

Sabemos que $\Delta V \ll V$, por lo tanto, podemos reescribir la expresión anterior de la siguiente manera:

$$P(t) = P_a \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta V}{V}}\right)^{t/\Delta t} = P_a \left(1 + \frac{\Delta V}{V}\right)^{-t/\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta V}{R}$$

$$P(t) = P_a \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta V}{V}} \right)^{t/_{\Delta t}} = P_a \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right)^{-tR/_{\Delta V}}$$

$$P(t) = P_a \left(\left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right)^{V/_{\Delta V}} \right)^{-tR/_{V}}$$

Si llamo $x = \frac{\Delta V}{V} \ll 0$, entonces:

$$P(t) = P_a \left((1 + x)^{1/_x} \right)^{-tR/_{V}}$$

Tomando el límite cuando x tiende a cero, resulta usando la ayuda:

$$\boxed{P(t) = P_a e^{-tR/_{V}}}$$

g. Encuentre una expresión para la temperatura del gas al salir del cilindro de la bomba a la atmósfera. Su respuesta puede depender del tiempo.

Como el pistón se mueve a una velocidad tal que el calor no se conduce hacia dentro ni hacia fuera del gas contenido en el cilindro durante el ciclo de bombeo, podemos considerar un proceso adiabático. En los procesos adiabáticos se cumple que:

$$PV^{\gamma} = cte$$

Usando la ecuación de los gases ideales podemos reemplazar V en términos de P y T en la ecuación anterior, resultando:

$$\frac{T^{\gamma}}{P^{\gamma-1}} = cte$$

Como el gas es monoatómico $\gamma = {}^{5}/_{3}$. Inicialmente en el cilindro la temperatura es T_a y la presión P(t). Cuando el gas sale, la presión es P_{atm}, entonces resulta que:

$$\frac{T_f^{\gamma}}{P_a^{\gamma-1}} = \frac{T_a^{\gamma}}{p(t)^{\gamma-1}}$$

$$T_f = T_a \left(\frac{P_a}{P(t)} \right)^{(\gamma-1)/_{\gamma}} \qquad \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{2}{5}$$

Como

$$P(t) = P_a e^{-tR/V}$$

Resulta:

$$\boxed{T_f = T_a \left(\frac{P_a}{P_a e^{-tR/V}} \right)^{2/5} = T_a e^{-2tR/5V}}$$